

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN
GÉNIE MÉCANIQUE
M.Eng.

PAR
Lacina COULIBALY

PLANIFICATION DES ACTIVITÉS DE LA PRODUCTION DES SYSTÈMES DE
PRODUCTION AVEC DEMANDES ALÉATOIRES

MONTREAL, LE 09 JANVIER 2012

©Tous droits réservés, Lacina COULIBALY, 2012

©Tous droits réservés

Cette licence signifie qu'il est interdit de reproduire, d'enregistrer ou de diffuser en tout ou en partie, le présent document. Le lecteur qui désire imprimer ou conserver sur un autre media une partie importante de ce document, doit obligatoirement en demander l'autorisation à l'auteur.

PRÉSENTATION DU JURY

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Jean-Pierre Kenné, directeur de mémoire
Département génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Christian Belleau, président du jury
Département génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Michel Rioux, membre du jury
Département génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 20 DÉCEMBRE 2011

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

J'ai eu le plaisir d'élaborer ce travail sous la direction et la supervision de M. Jean-Pierre Kenné, professeur et directeur de Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure, qui m'a aidé à élargir mon horizon de connaissances. Je le remercie de m'avoir permis d'acquérir une très bonne expérience tant sur le plan scientifique que humain.

Je tiens à remercier M. Belleau d'avoir accepté de présider cette soutenance ainsi que M. Michel Rioux en sa qualité de membre du jury.

Je remercie aussi le Colonel Guézou Assamoua Edouard, ex-commandant-école de l'école militaire préparatoire et technique de Bingerville pour son soutien et ses encouragements sans oublier le directeur des études de l'enseignement général, M. Motché Apollinaire, qui n'a ménagé aucun effort pour me soutenir dans les moments les plus difficiles.

Je remercie également l'ensemble de l'équipe du laboratoire d'intégration des technologies de la production (LITP) au sein de laquelle j'ai évolué durant tout ce travail pour leur soutien indéterminé, sans faille et leurs encouragements.

Je tiens également à remercier Dr. Zakaria Berté et Mme Fanta Soumahoro, respectivement secrétaire général et chef de service des examens de la formation initiale et stages à l'institut pédagogique national de l'enseignement technique et professionnel (IPNETP) en Côte d'Ivoire.

J'exprime ma gratitude et ma reconnaissance à mon épouse Awa ALDJOUA, pour son soutien et ses encouragements sans lesquels ce travail n'aurait pas abouti. Je ne peux oublier mes parents et ma fille Aminata, à qui je dédie ce mémoire.

PLANIFICATION DES ACTIVITÉS DE LA PRODUCTION DES SYSTÈMES DE PRODUCTION AVEC DEMANDES ALÉATOIRES

Lacina COULIBALY

RÉSUMÉ

Ce travail traite de la stratégie de la planification de la production des systèmes de production soumis à des perturbations et des phénomènes aléatoires tout au long de leur durée de vie. Ces phénomènes aléatoires et perturbations sont responsables des défaillances et réduisent l'aptitude des systèmes à assurer leur fonction intrinsèque. En tenant compte de ce dysfonctionnement des équipements et de la demande qui se présente de façon aléatoire, il serait utile de mettre en place une politique optimale de production tout en satisfaisant la clientèle.

Dans la littérature, les études qui traitent de la planification de la production avec demandes aléatoires avec l'approche de la méthodologie adoptée sont presque inexistantes. Avec la levée des frontières commerciales, les entreprises doivent s'adapter au marché mondial tout en maîtrisant les coûts de production et satisfaire le marché.

Ce faisant, nous avons considéré dans ce mémoire, un système de production constitué d'une machine et ensuite deux machines en parallèle produisant un seul type de produit avec un taux de demande variable. Ces machines sont sujettes à des pannes et réparations aléatoires. Le problème de la planification de la production de ce système est formulé comme un problème d'optimisation stochastique. La variable considérée est le taux de production. Ce système a été modélisé par les chaînes de Markov homogènes (taux de transition constant). Nous avons utilisé la méthode numérique basée sur l'approche de Kushner pour résoudre les équations du type Hamilton Jacobi Bellman afin d'obtenir la structure de la politique. Cette structure s'appelle la politique à seuil critique (Hedging Point Policy). Le modèle de simulation a permis de déterminer les coûts afférents à chaque combinaison obtenue par le biais du plan d'expérience des seuils critiques. Partant de ces coûts, nous avons fait une analyse de régression pour trouver la nouvelle commande optimale du problème d'optimisation considéré. Et pour illustrer nos résultats, nous avons effectué une analyse de sensibilité.

Mots clés : demande aléatoire, méthode numérique, plan d'expérience, système manufacturier flexible, modèle de simulation, surface de réponse.

THE PRODUCTION PLANNING MANUFACTURING SYSTEMS WITH THE RANDOM DEMAND

Lacina COULIBALY

ABSTRACT

This work deals with the strategy of the production planning of manufacturing systems subject to random breakdown and repair during their life. These random perturbations are caused the failure and reduce the ability of systems to ensure their function. Taking into account of these malfunction of equipment and random demand, it would be useful to develop an optimal production policy while satisfying customers.

In the scientific literature, studies that deal with the production planning, random demand and the methodology approach adopted are almost nonexistent. With the lifting of trade barriers, companies must adapt to the world market while controlling production costs and customer satisfaction.

In this paper, at the First, we consider a manufacturing system consisting of one machine producing one type of part, and then we develop our study for two machines in parallel producing one type of part. Theses machines are subject to random breakdowns and repairs. The production planning problem of our manufacturing system is formulated as a stochastic optimization problem. The variable is the production rate. The system modeled by homogeneous Markov chain (constant transition rate). We used the numerical method based on Kushner's approach to solve the Hamilton Jacobi Bellman equations in order to obtain the policy structure. This structure is called the Hedging point Policy. The structure of the hedging point policy is then parameterized by factors representing the thresholds of involved products. With such a policy, simulation experiments are combined to experimental design and response surface methodology to estimed the optimal control policy. A numerical example and sensitivity analysis are presented to illustrate the usefulness of the proposed approach.

Keyword : Stochastic optimal control, random demand, Numerical method, Simulation modeling, Experimental design, Response surface methodology.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 STRUCTURE DES SYSTÈMES DE PRODUCTION ET REVUE DE LA LITTÉRATURE	3
1.1 Introduction.....	3
1.2 Structure des systèmes de production	3
1.2.1 Systèmes de production par lot	4
1.2.2 Systèmes de production en série	5
1.3 Revue de la littérature	5
1.3.1 Optimisation de la production.....	5
1.3.2 Intégration de la maintenance à la production	8
1.4 Problématique de recherche.....	11
1.5 Méthodologie de recherche.....	12
1.6 Conclusion	14
CHAPITRE 2 SYSTÈME DE PRODUCTION AVEC DEMANDES ALÉATOIRES ..	17
2.1 Introduction.....	17
2.2 Formulation du problème.....	17
2.3 Modélisation	19
2.3.1 Dynamique de la machine.....	19
2.3.2 Matrice des taux de transition	19
2.3.3 Dynamique du stock	20
2.3.4 Domaine des commandes admissibles.....	20
2.3.5 Coût instantané.....	20
2.3.6 Coût total actualisé.....	21
2.3.7 Probabilités limites et conditions de faisabilité du système.....	21
2.4 Les conditions d'optimum	22
2.5 Méthodes numériques	23
2.6 Exemple numérique et résultats	25
2.6.1 Résultats.....	26
2.6.2 Analyse de sensibilité	30
2.7 Conclusion	32
CHAPITRE 3 SIMULATION ET PLAN D'EXPÉRIENCES	33
3.1 Introduction.....	33
3.2 Modèle de simulation.....	33
3.2.1 Bloc diagramme de la machine en panne	34
3.2.2 Bloc diagramme du temps moyen de change de la demande	35
3.2.3 Bloc diagramme de la production	35
3.2.4 Bloc diagramme du taux d'arrivée de la demande.....	36
3.2.5 Bloc diagramme de la politique à seuil critique.....	37

3.2.6	Analyse des performances du système	38
3.3	Plan d'expériences et surface de réponse.....	39
3.3.1	Plan d'expériences	40
3.3.2	Méthodologie des surfaces de réponse	43
3.4	Analyse de sensibilité	46
3.5	Conclusion	47
CHAPITRE 4 PLUSIEURS MACHINES EN PARALLÈLE AVEC DEMANDES ALÉATOIRES.....		49
4.1	Introduction.....	49
4.2	Formulation du problème.....	49
4.3	Dynamique de la machine.....	51
4.4	Matrice des taux de transition	51
4.5	Dynamique du stock	52
4.6	Domaine des commandes admissibles.....	52
4.7	Coût instantané.....	52
4.8	Coût total actualisé.....	53
4.9	Probabilités limites et conditions de faisabilité	53
4.10	Conditions d'optimalité	55
4.11	Méthodes numériques	55
4.12	Exemple numérique	57
4.12.1	Résultats.....	58
4.12.2	Analyse de sensibilité	63
4.13	Conclusion	65
CONCLUSION.....		67
ANNEXE I FONCTIONS VALEURS MODÈLE M1P1		69
ANNEXE II FONCTIONS VALEURS MODÈLE M2P1		71
ANNEXE III PROGRAMME PRINCIPAL DU MODÈLE M1P1		75
ANNEXE IV PROGRAMME PRINCIPAL DU MODÈLE M2P1		83
BIBLIOGRAPHIE.....		95

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 2.1 Dynamique du système considéré.....	18
Tableau 2.2 Taux de transition M1P1.....	26
Tableau 2.3 Valeurs numériques des taux de transition M1P1.....	26
Tableau 2.4 Valeurs numériques des paramètres du système considéré M1P1.....	27
Tableau 2.5 Fonctions valeurs et coût moyen aux seuils critiques.....	30
Tableau 3.1 Niveau des variables indépendantes	40
Tableau 3.2 Tableau ANOVA	42
Tableau 3.3 Coefficients significatifs de la régression	44
Tableau 4.1 Dynamique du système considéré M2P1	50
Tableau 4.2 Taux de transition du système considéré M2P1	57
Tableau 4.3 Valeurs numériques des taux de transitions du système considéré M2P1 ..	58
Tableau 4.4 Valeurs numériques des paramètres M2P1	59

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1	Structure du système de production considéré.....4
Figure 1.2	Méthodologie de la recherche13
Figure 2.1	Diagramme des taux de transition du système de production M1P118
Figure 2.2	Taux de production au mode 1 du système considéré M1P1.....29
Figure 2.3	Taux de production au mode 3 du système considéré M1P1.....29
Figure 2.4	Seuils critiques en fonction du coût de pénurie (M1P1).....31
Figure 2.5	Seuils critiques en fonction du coût d'inventaire (M1P1).....31
Figure 3.1	Bloc diagramme de la machine en panne35
Figure 3.2	Bloc diagramme de la variation de la demande35
Figure 3.3	Bloc diagramme de la production36
Figure 3.4	Bloc diagramme du taux d'arrivée de la demande37
Figure 3.5	Bloc diagramme de la politique de production38
Figure 3.6	Illustration du niveau d'inventaire du système M1P139
Figure 3.7	Interaction des paramètres du système M1P142
Figure 3.8	Courbe de la surface de réponse estimée du coût45
Figure 3.9.	Surface de réponse du coût (M1P1).....45
Figure 3.10	Variation du seuil critique en fonction du coût de pénurie46
Figure 3.11	Variation du seuil critique en fonction du coût d'inventaire47
Figure 4.1	Diagramme des taux de transition du système de production M2P150
Figure 4.2	Taux de production au mode 2.....61
Figure 4.3	Taux de production au mode 5.....61

Figure 4.4	Taux de production au mode 3.....	62
Figure 4.5	Taux de production au mode 6.....	63
Figure 4.6	Variation du seuil critique en fonction du coût de pénurie (M2P1)	64
Figure 4.7	Variation du seuil critique en fonction du coût d'inventaire (M2P1).....	64

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

FMS	Flexible Manufacturing System
HJB	Hamilton-Jacobi-Bellman
HPP	Hedging Point Policy
LITP	Laboratoire d'Intégration des Techniques de Production
MTBF	Mean Time Between Failures
MTTR	Mean Time to Repair
MTCD	Mean Time to Change of Demand
MnPz	n Machines, z Produits
ANOVA	Analyse de la variance
DDL	Degré De Liberté
AFNOR	Association Française de Normalisation

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

t	Temps
$x(t)$	Niveau d'inventaire à l'instant t
$\zeta(t)$	Processus stochastique du système considéré
B	Ensemble discret des modes du processus stochastique
$\Phi(t)$	Processus stochastique de la demande
$q_{\alpha\beta}$	Taux de transition du processus stochastique du mode α au mode β
$Q(\bullet)$	Matrice des taux de transition du processus stochastique
$d(\alpha)$	Taux de demande au mode α
$\Gamma(\bullet)$	Ensemble des commandes admissibles
$u(t)$	Taux de production de la machine à l'instant t
U_{\max}	Taux de production maximal de la machine
$g(\bullet)$	Coût instantané
$J(\bullet)$	Coût total actualisé
ρ	Taux d'actualisation
c^+	Coût de mise en inventaire par unité de temps et par produit
c^-	Coût de rupture de stock par unité de temps et par produit
$v_{\alpha}(\bullet)$	Fonction valeur du problème d'optimisation au mode α
$\pi(\bullet)$	Probabilité limite
h_x	Pas de discrétisation de la variable x
$Z^*(\bullet)$	Seuil critique
$K(t)$	Processus stochastique correspondant au nombre de machines opérationnelles

INTRODUCTION

La performance de toute entreprise dépend de sa capacité à satisfaire ses clients en termes de délai, de coût et de la qualité. Pour faire face à ces nouvelles exigences des clients, à la concurrence et la compétitivité du marché, les entreprises doivent avoir une bonne politique et une stratégie de gestion des opérations (approvisionnement, production et distribution). Elles doivent se doter d'équipements modernes à haute technologie ainsi qu'une bonne stratégie de maintenance (préventive ou corrective). En d'autres termes, il s'agit d'améliorer la disponibilité et le taux de production des équipements ainsi qu'avoir un niveau de stock acceptable à moindre coût en tenant compte de la capacité et de la demande stochastique.

C'est ainsi pour augmenter la disponibilité des machines sur le plan fonctionnel que plusieurs auteurs ont développé des stratégies de maintenance et de production tels que (Kenne et Boukas, 1997), (Boukas et Haurie, 1988), (Charlot, 2005), (Hajji, 2007), (Kenne et Gharbi, 1999).

Malgré les bonnes stratégies de maintenance et de production, il y a toujours des coûts imprévus qui peuvent être dus au niveau de l'inventaire tant en matières premières qu'en produits finis. Ces phénomènes qui se produisent de façon aléatoires dépendent du marché, ce qui implique la mise en place d'une bonne politique de stockage et d'approvisionnement. En combinant toutes ces stratégies, nous optimiserons notre système en considérant que notre objectif est de réduire les différents coûts liés à la gestion des opérations.

Dès lors, la question qui s'impose est : comment développer des stratégies de commande optimale des systèmes de production avec demandes aléatoires? Cette question constitue la problématique de notre recherche que nous allons développer dans le chapitre 2.

Par ailleurs, ce travail de recherche est divisé en quatre (4) chapitres. Un premier chapitre consacré à la structure des systèmes de production et à la revue de la littérature. Dans le chapitre 2, nous présenterons un système de production constitué d'une seule machine

produisant un seul type de produit (M1P1). Dans ce chapitre, nous allons déterminer la politique de production suivi du chapitre 3 qui traite du modèle de simulation et du plan d'expérience dans le but de trouver la loi de commande optimale du système de production considéré (M1P1). Enfin dans le chapitre 4, nous traiterons du cas de deux machines en parallèles avec demandes aléatoires (M2P1). Dans ce chapitre, nous allons déterminer également la structure de la production et faire une analyse de sensibilité pour bien illustrer nos résultats.

CHAPITRE 1

STRUCTURE DES SYSTÈMES DE PRODUCTION ET REVUE DE LA LITTÉRATURE

1.1 Introduction

Ce premier chapitre traite de la structure des systèmes de production et de la revue de la littérature. Dans la première partie de ce chapitre, nous présenterons la structure des systèmes de production qui a fait l'objet de notre étude. Dans la seconde partie, nous allons faire la revue critique qui nous permettra de mieux cerner efficacement notre problématique de recherche.

1.2 Structure des systèmes de production

Les systèmes de production sont au cœur de l'organisation de la production. Nous définissons un système comme un ensemble d'éléments interagissant entre eux selon des principes et des règles. Les systèmes de production des ensembles d'éléments matériels (équipements, matières) et humains reliés par des flux (physiques ou informations) permettant d'apporter une valeur ajoutée à des biens et services répondant à des impératifs de qualité, de prix, de quantité et de délai. Il existe différents critères permettant de classer les systèmes de production à savoir l'organisation et la commande des produits, du processus de production, de la nature des flux et de la technologie. Nous allons définir brièvement les principaux types de structure en se basant sur le type d'organisation. Notre but n'est pas de résoudre le problème d'ordonnancement qui s'impose. Dans la littérature, nous avons les structures de la production en ligne ou en série, de production par lot et hybride. Pour ce faire, nous présentons d'abord la structure générale d'un système de production à la figure 1.1 composée de chaîne d'approvisionnement (matières premières), du système productif (équipements et opérateurs), du centre de stockage (produits finis) et de la distribution (clients). Les systèmes de production peuvent être sujets à des pannes et réparations aléatoires, ce qui impose aux décideurs d'adopter des stratégies de maintenance (corrective,

préventive). La chaîne d'approvisionnement peut être continue ou discontinue selon le type de structure. La demande des produits par les clients peut se manifester par un phénomène aléatoire ou constant.

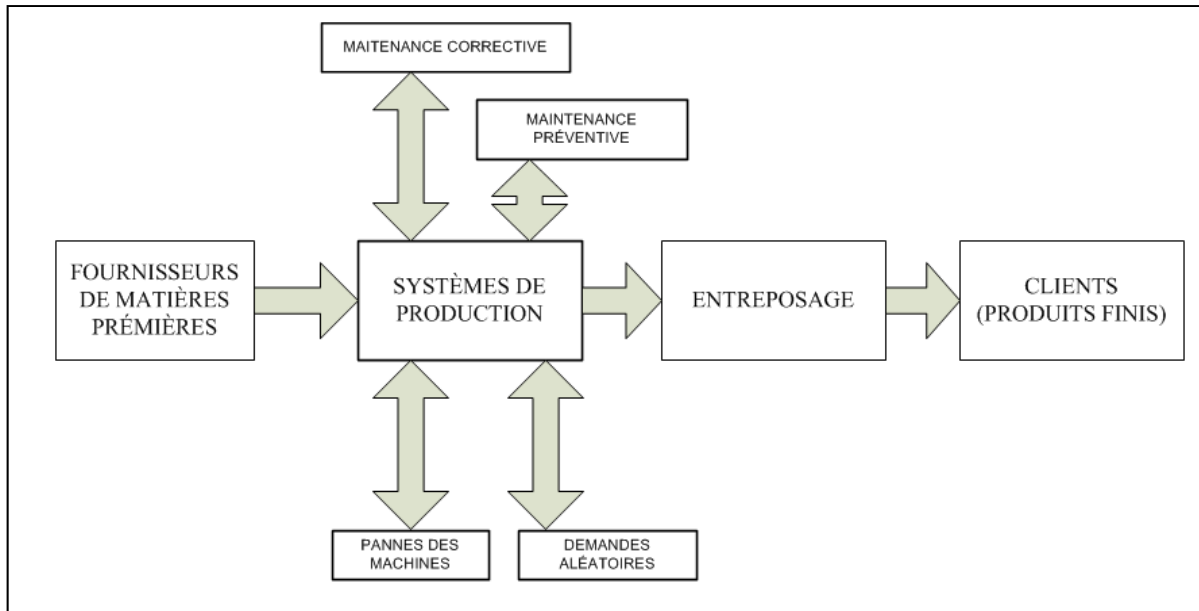


Figure 1.1 Structure du système de production considéré

La production doit satisfaire une demande prédéterminée. L'idéal serait de produire juste pour satisfaire la demande. Cependant, les machines ont un comportement à géométrie variable, elles peuvent tomber en panne de façon aléatoire, ce qui perturbe fortement la satisfaction de la demande. Et cette situation engendre des coûts supplémentaires dus aux pénalités imposées par les clients ou les sous-traitants.

1.2.1 Systèmes de production par lot

Ces systèmes de production sont organisés en sections homogènes où chaque section concerne une seule technologie. Les cheminements des ordres de production sont multiples. Dans la configuration de ces systèmes de production, les machines sont en parallèles. Les

principales caractéristiques de cette configuration sont : la polyvalence des travailleurs, l'exécution du travail est lente, le coût de production élevé et la complexité du système à gérer. Il faut ajouter que ces systèmes sont flexibles en termes de variétés et de volumes de produits.

1.2.2 Systèmes de production en série

Les systèmes de production en série sont appliqués dans le cas d'une production en série. Il est aussi appelé système de production répétitive. Avec ces systèmes de production, les produits suivent la même séquence. La production en série permet d'augmenter la performance des postes de travail. Cependant, cette structure présente des anomalies en cas de rupture du stock tampon ou un changement d'activité, ce qui bloque toute la ligne de production. En d'autres termes, cette structure baisse considérablement la flexibilité du système. Les chercheurs comme (Sethi, Qing et Xun Yu, 1997), (Hsu, 1991) ont proposé des solutions pour l'optimisation d'un système manufacturier présentant la dite structure.

1.3 Revue de la littérature

Cette revue de la littérature nous permettra de mieux cerner la problématique de notre recherche. Dans un premier temps, nous abordons les auteurs qui ont traité de la stratégie de production, puis la politique de maintenance intégrée à la production, en seconde partie.

1.3.1 Optimisation de la production

Les systèmes manufacturiers présentent plusieurs configurations possibles (machines en série, en ligne, parallèle). Dans le cadre de notre étude, nous considérons un système manufacturier flexible constitué de machines en parallèle. Nous allons utiliser la théorie de commande stochastique pour décrire notre problème d'optimisation. C'est une approche qui permet au modèle développé de tenir compte des phénomènes et de la dynamique discrète ou

continue du système. Elle consiste à trouver de meilleures stratégies de commande par rapport aux autres approches sur un horizon de temps infini.

Le contrôle optimal des systèmes manufacturiers flexibles (FMS) a été abordé par plusieurs auteurs comme un problème de commande optimale stochastique tels que (Olsder et Suri, 1980), (Kimemia et Gershwin, 1983) et (Rishel, 1975). (Rishel, 1975) a développé les conditions d'optimum (nécessaires et suffisantes) pour obtenir la solution optimale en utilisant la programmation dynamique. Basés sur les travaux de (Rishel, 1975), (Olsder et Suri, 1980) modélisent la commande stochastique de planification de production d'un système manufacturier sujet aux pannes aléatoires suivant un processus markovien homogène. À cause de la complexité du problème, ils n'ont pas pu obtenir la solution de l'équation de la programmation dynamique de la politique de commande.

Les pionniers (Kimemia et Gershwin, 1983) ont prouvé en se basant sur le formalisme de (Rishel, 1975) que le contrôle optimal présente une structure spécifique appelée politique à seuil critique (Hedging Point Policy). Cette politique se traduit comme suit : la machine produit au taux maximum si le niveau du stock courant est inférieur au niveau du seuil critique; si le stock courant est supérieur au niveau du seuil critique, la machine ne produit rien mais s'il est égal au niveau du seuil critique, la machine produit qu'au taux de la demande. (Akella et Kumar, 1986) ont prouvé, pour un système constitué d'une machine qui produit un seul type de produit et modélisé par une chaîne de Markov homogène (taux de transition constants) que la politique permettant de maintenir un stock de sécurité non négatif pendant les périodes d'excès de capacité pour prévenir les futures insuffisances de capacité est une politique de commande optimale. Cette politique est appelée politique à seuil critique (HPP). Leur objectif était de réduire le coût total (d'inventaire et pénurie) dans le temps. Ils ont également démontré que le contrôle de la politique à seuil critique était optimal avec des hypothèses comme le taux de demande constante, les pannes et réparations continues. Dans la même logique, (Bielecki et Kumar, 1988) ont traité un problème similaire avec pour objectif la réduction du coût moyen à long terme. Ils ont prouvé aussi que la politique à seuil critique reste optimale dans des conditions spécifiques (taux de demande constant).

Dans le cas des systèmes manufacturiers complexes, il a été démontré que la fonction qui réalise le coût optimal appelée fonction valeur doit satisfaire un ensemble d'équations différentielles appelées équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB). Pour plus de détails, nous référons les lecteurs sur les travaux de (Boukas et Haurie, 1990) et (Kenne et Boukas, 1997). Cependant, d'autres chercheurs ont poursuivi les travaux (Akella et Kumar, 1986) dans le cas d'un processus non-markovien. (Liberopoulos et Caramanis, 1994) ont démontré que l'approche de (Sharifnia, 1988) s'applique quand le taux de transition de la machine dépend de la production. Nous retiendrons que tous ces résultats sont basés sur des suppositions de la demande constante et le système évolue de façon continue.

D'autres auteurs ont abordé également ce problème en supposant que la demande est aléatoire. (Soner, Wendell et Suresh, 1985) ont montré qu'il existe une solution unique optimale dans la théorie de la loi de commande à rétroaction en utilisant la programmation dynamique stochastique. La méthode utilisée est celle de l'approche numérique basée sur les équations HJB. (Liu, Zhao et Rui, 2008) ont modélisé ce problème de contrôle de production avec l'approche hiérarchique. Dans leurs travaux, le système manufacturier considéré produisait différents types de produits avec des demandes différentes. (Feng et Yan, 2000) ont trouvé que la politique à seuil critique est optimale dans le cas où la demande est aléatoire. Mais leur approche était basée sur la programmation dynamique stochastique.

Sachant qu'il n'existe pas de solution analytique connue aux équations d'HJB, (Boukas et Haurie, 1990) ont trouvé une solution à ce problème de commande optimale stochastique en utilisant une méthode numérique basée sur l'approche de Kushner (Kushner et Dupuis, 1992) pour un système fabricant plusieurs produits. La politique de commande obtenue est asymptotiquement optimale (sous-optimalité de la politique de commande). En se basant sur les travaux de (Yan et Zhang, 1997), plusieurs auteurs ont pu combiner l'approche numérique à une approche expérimentale basée sur la simulation et étendre le concept aux processus non-markovien. C'est alors que (Kenne et Gharbi, 2001) ont présenté deux approches combinées que sont la simulation et les plans d'expériences. Ils ont traité de la planification de la production d'un système manufacturier composé de plusieurs machines et

plusieurs produits. Ils ont montré que la politique de contrôle optimal est du type à seuil critique. Cette structure à seuil critique a été paramétrée par les facteurs représentant les seuils critiques des différents produits.

1.3.2 Intégration de la maintenance à la production

Pour demeurer toujours compétitive, les entreprises doivent produire les pièces de bonne qualité à moindre coût. Pour réduire ces coûts, il existe plusieurs techniques, à savoir produire vite sans interruption et sans défaut de fabrication dans le temps. Mais produire sans interruption sous-entend la disponibilité des équipements avec le budget alloué, d'où la notion de maintenance. Ce service est incontournable dans les entreprises car il est très méconnu selon (Benedetti, 2002). Cette fonction permet aux entreprises d'éviter les pertes de production, les problèmes de non-qualité des produits. Elle permet d'accroître l'efficacité des équipements de production. Selon (Benedetti, 2006), nous avons trois (3) types de pannes, à savoir les pannes infantiles, accidentelles et de vieillissement. Ceux-ci sont observés sur la durée de vie des équipements en général. Nous distinguons plusieurs types de maintenance : palliative ou curative selon l'AFNOR, préventive, corrective, type bloc et type âge.

D'après AFNOR (NF X 60-010), la maintenance est l'ensemble des actions permettant de maintenir ou rétablir un bien dans un état spécifié ou en mesure d'assurer un service déterminé. Plusieurs entreprises confondent maintenance et entretien. D'après, (Monchy, 1987), entretenir, c'est subir le matériel et maintenir, c'est maîtriser, prédire, anticiper. À travers cette définition, nous apercevons les deux principales approches de la maintenance, à savoir la maintenance préventive et corrective. Eu égard de tout ce qui suit, nous pouvons affirmer que l'une des missions du service de maintenance est la gestion optimisée du système productif. Faire de la maintenance, ce n'est pas du préventif à tout prix selon (Monchy, 1987).

Selon (Benedetti, 2006), la maintenance préventive est définie comme l'ensemble des activités de maintenance et d'entretien qui consistent à intervenir sur un système d'opération

pour éviter que les pannes surviennent et assurer la fiabilité. Cette forme de maintenance se subdivise en deux classes à savoir la maintenance systématique et la maintenance prédictive ou conditionnelle. La maintenance préventive conditionnelle consiste à l'inspection périodique de l'équipement et des installations pour déceler des irrégularités pouvant arrêter le fonctionnement de ces derniers (Benedetti, 2006). Avec cette forme de maintenance préventive, le remplacement d'une pièce se fait à condition qu'elle démontre des risques de tomber en panne. Elle se fait de façon périodique. À la différence de la maintenance systématique, on effectue le remplacement de la pièce ou de l'organe de l'équipement après un certain temps de fonctionnement par une autre pièce neuve en vue de prévenir les pannes et augmenter la durée de vie des équipements. Ce type de maintenance est abordé dans la littérature comme étant la maintenance de type bloc, car elle ne tient pas compte des défaillances durant l'intervalle de remplacement. Avec cette politique de maintenance, on peut effectuer le remplacement d'une pièce neuve ou organe neuf et également un temps d'arrêt plus long. Selon (Barlow et Proschan, 1965), lorsque le remplacement consiste à changer la pièce ou organe en cas de panne dans une période donnée, nous sommes en face de la maintenance de type âge. Après chaque panne, l'âge de la machine est remis à zéro. Nous ne pouvons clore ce chapitre sans apporter la contribution de (Jamali, 2004), qui préconise le remplacement par un autre système usage pour les équipements non productifs. La maintenance de type âge consiste à faire des remplacements d'équipements suivant un intervalle d'âge fixe par un équipement neuf. Ainsi, si une panne se produit dans la période de la maintenance, une maintenance corrective est effectuée et l'âge de la machine est remis à zéro. Une nouvelle période de maintenance commence et ainsi de suite. Ceci s'appelle habituellement des remplacements systématiques de type âge.

La maintenance corrective est une maintenance effectuée après défaillance selon (Monchy, 1991). Elle regroupe les opérations visant à remettre en service l'appareil productif défaillant. La défaillance survient au cours du fonctionnement du système. Pour une reprise rapide de la production, on a recours à cette approche de maintenance. Elle se subdivise en deux types à savoir la maintenance corrective palliative et curative. La première correspond aux interventions de dépannage et concerne les opérations de 1^{er} et 2^{ème} niveau. Quant à la

seconde, elle consiste aux interventions de réparations et est caractérisée par les niveaux 3 et 4. La maintenance corrective est effectuée après détection d'une panne et elle est destinée à remettre le système de production dans son état qui lui permet de produire en pleine capacité. Cette hypothèse est loin d'être réaliste. Dans un tel contexte, la probabilité de panne des machines croît en fonction de l'âge et de ce fait, la distribution des pannes dépend de l'âge de la machine. Cette dépendance affecte le contrôle du flux de production du système.

L'intégration des stratégies de la production et de la maintenance, c'est effectué dans de nombreuses entreprises par le concept de totale productive maintenance (TPM). De plus, la qualité des produits passe nécessairement par la qualité des machines. Ces deux services sont conciliables si les responsabilités sont bien définies par la politique, la structure de l'entreprise et les moyens à mettre en œuvre. L'augmentation de la disponibilité des machines avec la maintenance préventive serait une solution pour diminuer la fréquence des pannes, et de ce fait réduire les perturbations de la production. Même si la disponibilité est améliorée, il reste des insatisfactions de la demande à corriger. Pour palier ces difficultés, plusieurs auteurs se sont intéressés à l'intégration simultanée de la production et de la maintenance, nous pouvons citer (Gharbi et Kenne, 2000), (Boukas, 1997), (Liberopoulos et Caramanis, 1994). Par exemple, le problème de contrôle de flux optimal avec la maintenance de type âge a été traité par (Kenne et Gharbi, 2000) pour quatre (4) types de distribution de pannes. Dans leurs travaux, ils ont démontré pour une machine fabricant un produit que la politique à seuil critique, sous des hypothèses restrictives, est optimale. Le système est modélisé par des chaînes de Markov non homogènes, en termes de dépendance des taux de pannes et de l'âge de la machine. À l'aide d'une approche combinée de la simulation et des plans d'expériences, l'analyse de régression et les surfaces de réponse, ils ont réussi à trouver expérimentalement les paramètres de la politique à seuil critique modifiée qui donnent une meilleure approximation du coût total encouru. Cette approche permet de mettre en évidence les interactions entre les facteurs et leurs effets sur les surfaces de réponse, ce que plusieurs autres approches telle que l'approche numérique ne permet pas de faire. De plus, (Kenne et Gharbi, 1999) ont suggéré de stocker après un certain âge de la machine dans le but de

minimiser le gaspillage et prévenir les pénuries avec un stock aussi important, mais sans augmenter le coût.

1.4 Problématique de recherche

À l'aube du 21^{ème} siècle, toutes les entreprises doivent se moderniser, être à la pointe de la technologie pour se maintenir. Cette technologie est indispensable quand bien même qu'elle est coûteuse pour ces dernières. Pour rester compétitive sur le marché, les entreprises n'ont d'autres choix que d'investir dans ces nouveaux équipements de pointe.

Par conséquent, leurs défaillances peuvent entraîner des plaintes des clients dues aux retards de livraison de la commande ou à la qualité du produit. Ces principaux facteurs peuvent considérablement nuire à la survie de l'entreprise. Face à ces fléaux, une bonne politique de maintenance et de planification de la production s'impose. Malgré ces équipements de haute technologique, plusieurs auteurs ont contribué à la planification des stratégies de production et de maintenance des systèmes manufacturiers avec des restrictions et des hypothèses simplificatrices.

Face à l'exigence des consommateurs en termes de coût, qualité, délais et volume, les planificateurs doivent répondre à la question suivante : quelle stratégie de production utilisée lorsque les demandes arrivent de façon aléatoire ? Pour plus se rapprocher de la réalité, nous allons apporter notre modeste contribution dans ce domaine.

Ce faisant, nous allons essayer, dans ce mémoire, d'apporter une réponse à ce problème crucial de planification de la production en tenant compte des coûts de gestion des inventaires. Pour ce faire, nous allons utiliser une méthodologie de recherche, que nous présentons dans le paragraphe suivant.

1.5 Méthodologie de recherche

Ce présent document s'intéresse à un système manufacturier flexible ou FMS (Flexible Manufacturing System), constitué de plusieurs machines identiques en parallèle produisant un seul type de pièce (système du type MmPz). Notre étude vise à trouver le taux de production et les stratégies optimales de la planification de la production de façon à minimiser l'inventaire moyen à long terme et le coût de production. Cette politique devra tenir compte de l'état des machines (pannes et réparations) et des demandes aléatoires. La politique de contrôle utilisée est celle du «Hedging Point Policy».

Pour ce faire, nous avons subdivisé notre projet en trois grands chapitres. Dans le chapitre 2, nous allons traiter d'une seule machine sujette à des pannes et réparations aléatoires, la demande est aussi aléatoire et approvisionnement en continu, elle comprendra les points clés suivants : la formulation du problème; la modélisation du problème, les conditions optimum et la résolution numérique basée sur la méthode de (Kushner et Dupuis, 1992) ainsi que l'analyse de sensibilité. Dans le chapitre 3, nous allons bâtir le modèle de simulation et le plan d'expérience du cas énuméré ci-dessus. Dans ce chapitre, il s'agira de simuler notre système en faisant varier les niveaux de seuils critiques jusqu'à ce que nous atteignons le régime permanent pour un horizon de temps bien défini de telle sorte à déterminer les performances de notre système. À partir des perturbations sur le modèle de simulation, nous définissons un plan d'expérience dans le but de déterminer les nouvelles lois optimales (les nouvelles valeurs des seuils critiques) et une analyse de sensibilité pour illustrer nos résultats. Cette analyse de sensibilité permettra de vérifier la validité de nos résultats avec les réalités industrielles. Enfin, dans le chapitre 4, nous allons reprendre la formulation du modèle M1P1 avec deux machines pour généraliser à m machines identiques en parallèle produisant un seul type de produit avec le taux de demande stochastique. Le schéma global est présenté à la figure 2.1.

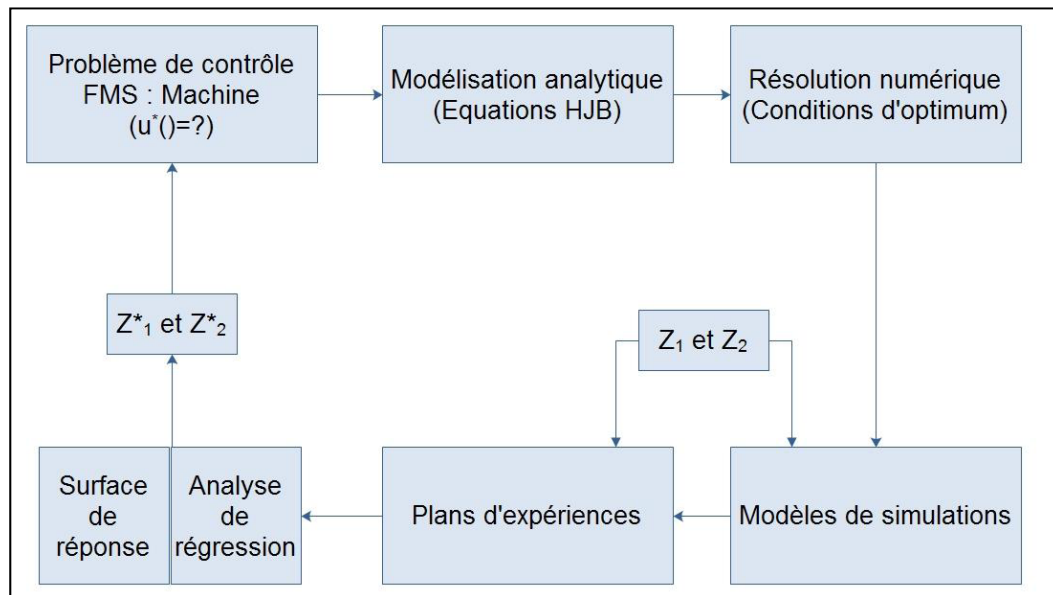


Figure 1.2 Méthodologie de la recherche

Le problème de contrôle

L'énoncé du problème est décrit dans la section 2 du chapitre 2. Il consiste à décrire le système manufacturier en utilisant les lois de commande. Les conditions d'optimalité sont données par les équations d'HJB.

La modélisation

L'objectif de la formulation du problème est de développer un modèle mathématique basé sur des hypothèses simplificatrices. En appliquant l'approche analytique, nous faisons intervenir la politique de contrôle à rétroaction. Cette politique est paramétrée par plusieurs facteurs qui sont considérés comme des variables entrant dans le modèle de simulation. Les coûts liés à chaque facteurs ou variables d'entrées sont définis comme des variables de sorties dans le modèle de simulation.

Les conditions d'optimalité

La politique de contrôle optimale est approchée à une politique de contrôle heuristique. La politique à seuil critique est donnée par les facteurs.

Modèle de simulation

Nous utiliserons la simulation à événements discrets pour représenter la dynamique du système de production considéré. Ce modèle de simulation sera développé en utilisant le langage Arena (Tayfur et Benjamin, 2007).

Plan d'expériences

Dans cette section, nous ferons des combinaisons des seuils critiques à partir du logiciel Statgraphics et déterminerons les coûts afférents à chaque combinaison via le modèle de simulation. Partant de ces différents coûts encourus, nous ferons, de plus, une analyse de régression pour trouver l'équation du coût en fonction de ces paramètres ou facteurs (seuils critiques). Étant donné que notre objectif est de minimiser le coût total, nous tracerons ensuite la surface de réponse pour déterminer les valeurs optimales (les meilleurs facteurs).

1.6 Conclusion

Nous avons discuté dans les paragraphes précédents de la stratégie d'optimisation des stratégies de production et de maintenance des systèmes manufacturiers. Dans tous les cas discutés, les auteurs s'intéressent peu à la variabilité de la demande (demande aléatoire). Cet aspect, nous intéresse pour plus se rapprocher de la réalité et il est très rare de trouver dans la littérature des études qui traitent de ce cas de figure par la méthodologie adoptée. L'approche de la structure envisagé pour résoudre cette problématique permet de montrer la pertinence et la priorité du sujet dans le monde industriel, en particulier ceux des entreprises de production (manufacturières), car elle met en évidence la dynamique des systèmes de production. Cette

méthodologie consiste à combiner la simulation, le plan d'expériences, les surfaces de réponse, la régression et l'analyse de la variance. À travers cette méthodologie, nous allons chercher à démontrer qu'il existe un coût optimal dans la planification des activités de production d'un système manufacturier sujet à des pannes, réparations et demandes aléatoires. (Kenne et Gharbi, 2000) ont montré qu'il existe un coût optimal dans le cas où la demande est constante.

Pour mieux aborder notre étude, nous traitons au chapitre 2, d'un système de production constitué d'une machine avec demande aléatoire. Les chapitres 3 et 4, permettront d'atteindre notre objectif en proposant une stratégie optimale de la planification de la production du problème étudié.

CHAPITRE 2

SYSTÈME DE PRODUCTION AVEC DEMANDES ALÉATOIRES

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous considérons un système manufacturier constitué d'une machine produisant un seul type de produit (M1P1). Ce système est sujet à des pannes et réparations aléatoires. En plus de cela, on considère que la demande est variable. Cette étude est divisée en trois étapes. L'étape 1 est consacrée à la formulation du problème. La résolution numérique, suivie des graphiques de la politique de commande optimale de production constituent la deuxième étape. L'analyse de sensibilité représente la troisième étape.

2.2 Formulation du problème

Dans cette partie, nous considérons un système manufacturier constitué d'une machine produisant un seul type de produit (M1P1). Ce système est sujet à des pannes et réparations aléatoires. Le temps inter-arrivé des demandes est aléatoire.

Le fonctionnement de la machine peut être décrit par un processus stochastique $\zeta(t) \in B = \{1, 2, 3, 4\}$ décrivant les différents états de celle-ci. La machine est disponible quand elle est en opération ($\zeta_1(t)=1$, elle peut produire) et elle est indisponible quand elle est en panne ($\zeta_1(t)=0$, elle ne peut pas produire). Étant donné que la demande est variable, son processus stochastique est décrit par $\Phi(t) \in \{1, 2\}$. La demande peut prendre la valeur 1 ou 2 suivant les états de la machine. Nous présentons le tableau 2.1 pour traduire la dynamique du système.

Tableau 2.1 Dynamique du système considéré

$\zeta_1(t)$	1	0	1	0
$\Phi(t)$	1	1	2	2
$\zeta(t)$	1	2	3	4

$$\zeta(t) = \begin{cases} 1 & \text{si la machine est en opération avec la demande 1} \\ 2 & \text{si la machine est en panne avec la demande 1} \\ 3 & \text{si la machine est en opération avec la demande 2} \\ 4 & \text{si la machine est en panne avec la demande 2} \end{cases}$$

Ces différents états de transitions sont représentés par le diagramme de transitions (fig.2.1)

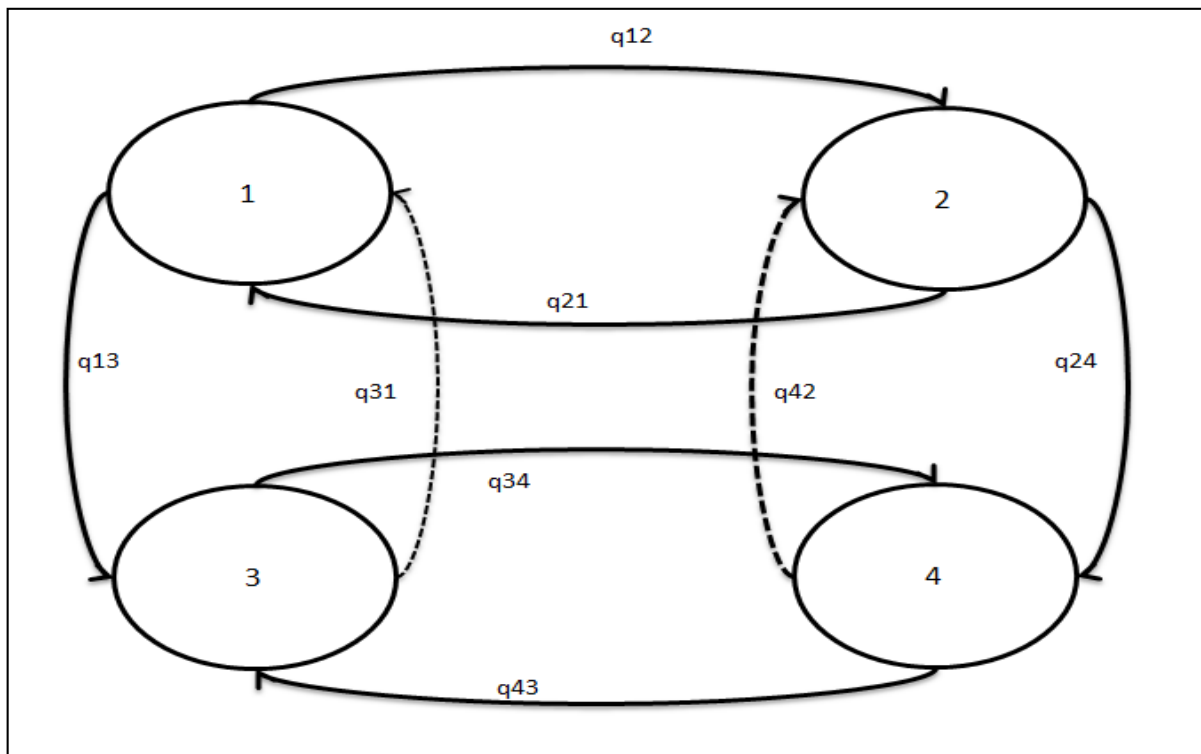


Figure 2.1 Diagramme des taux de transition du système de production M1P1

2.3 Modélisation

Dans cette partie, nous allons décrire la dynamique du système, la matrice des taux de transition, la dynamique du stock, le domaine admissible et les coûts (instantané et actualisé) et les conditions de faisabilité du système.

2.3.1 Dynamique de la machine

Les modes 1 et 3 permettent uniquement à la machine de produire. Les probabilités de transition entre les différents modes sont données par l'équation (2.1):

$$\zeta(t) = \beta = \begin{cases} q_{\alpha\beta}\delta t + 0(\delta t) \text{ si } \alpha \neq \beta \\ 1 + q_{\alpha\beta}\delta t + 0(\delta t) \text{ si } \alpha = \beta \end{cases} \quad \alpha, \beta \in B = \{1, 2, 3, 4\} \quad (2.1)$$

$$\text{Avec } q_{\alpha\alpha} = -\sum_{\alpha \neq \beta} q_{\alpha\beta} \quad \alpha, \beta \in B = \{1, 2, 3, 4\}$$

2.3.2 Matrice des taux de transition

L'état du processus est modélisé par une chaîne de Markov homogène, irréductible et à temps continu, à états discrets avec une matrice des taux de transition $Q = \{ q_{\alpha\beta} \}$ de dimension 4x4 (constitué d'une seule machine avec demande variable).

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & 0 \\ q_{21} & q_{22} & 0 & q_{24} \\ q_{31} & 0 & q_{33} & q_{34} \\ 0 & q_{42} & q_{43} & q_{44} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Le système considéré peut être décrit par un état hybride caractérisé par un état continu et un état discret. Le processus stochastique de la machine et de la demande sont les composants

discrets tandis que le niveau de l'inventaire, rupture d'inventaire du système de production considéré représente l'état continu.

2.3.3 Dynamique du stock

L'inventaire du stock est donné par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{x}(t) = u(t) - d(\alpha) \text{ avec } \forall \alpha \in \{1, 2, 3, 4\}, x(0) = x_0 \quad (2.3)$$

Où $d(\alpha)$ et $x(t) \in \mathbb{R}^n$.

On note que $d(\alpha)$ est la demande au mode α et x_0 le niveau initial du stock. Cette équation explique la variation de l'inventaire dans le temps. En d'autres termes, la production fait augmenter le niveau de stock tandis que la demande $d(\alpha)$ la réduit considérablement.

2.3.4 Domaine des commandes admissibles

L'ensemble des commandes admissibles est donné par l'inéquation ci-dessous :

$$\Gamma(\zeta) = \{u(t) | 0 \leq u \leq U_{max}\} \text{ avec } u(t) \in \mathbb{R} \quad (2.4)$$

Soit $u(t) \in \mathbb{R}^n$ le vecteur du taux de production du système au temps t ($t > 0$).

2.3.5 Coût instantané

Soit $g_\alpha(x(t), u(t))$ le coût instantané défini comme suit :

$$g(u, x, \alpha) = c^+ x^+ + c^- x^- \quad (2.5)$$

Avec

$$x^+ = \max\{0, x(t)\} \text{ et } x^- = \max\{-x(t), 0\}$$

c^+ : le coût de mise en inventaire par unité de temps et par produit

c^- : le coût de rupture par unité de temps et par produit

2.3.6 Coût total actualisé

L'objectif est de contrôler le taux de production $u(\cdot)$ pour une variation de la demande afin de minimiser le coût total actualisé de production donné par l'équation (2.5). En d'autres termes, on doit trouver une commande admissible $u(t)$ qui minimisera la fonction coût total.

$$J(x, u, \alpha) = E \left\{ \int_0^{\infty} e^{-\rho t} g(x, u, \alpha) dt \mid x(t) = x, \alpha(t) = \alpha \right\} \quad (2.6)$$

Où ρ est le taux d'actualisation et elle tient compte de la dépréciation de la valeur de la monnaie dans le temps.

2.3.7 Probabilités limites et conditions de faisabilité du système

Notre système est décrit par un processus Markovien. Les relations entre la matrice des taux de transition $Q(\bullet)$ et les probabilités limites sont les suivantes :

$$\begin{cases} Q(\bullet) \times \pi(\bullet) = 0 \\ \sum_{j=0}^4 \pi_j = 1 \end{cases} \quad (2.7)$$

Le système d'équation (2.7) devient alors :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \pi_1 & \pi_2 & \pi_3 & \pi_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & 0 \\ q_{21} & q_{22} & 0 & q_{24} \\ q_{31} & 0 & q_{33} & q_{34} \\ 0 & q_{42} & q_{43} & q_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 = 1 \end{cases} \quad (2.8)$$

Nous avons résolu le système (2.8) à l'aide d'un programme sur le logiciel Matlab permettant ainsi de déterminer les valeurs des probabilités limites π_i à chaque mode. Une fois les probabilités limites trouvées, nous avons vérifié la faisabilité du système manufacturier considéré par l'application de l'équation (2.9):

π_1 est le temps moyen que le système passe au mode 1 (en production avec la demande 1)

π_2 est le temps moyen que le système séjourne au mode 2 (en panne avec la demande 1)

π_3 est le temps moyen que le système passe au mode 3 (en production avec la demande 2)

π_4 est le temps moyen que le système passe au mode 4 (en panne avec la demande 2)

Le système considéré est faisable si :

$$(\pi_1 + \pi_3) * U_{\max} > (\pi_1 + \pi_2) * d_1 + (\pi_3 + \pi_4) * d_2 \quad (2.9)$$

Avec U_{\max} , d_1, d_2 et π_i respectivement le taux de production maximal, le taux de demande 1 et 2 et les probabilités limites au mode i. Les modes 1 et 3 permettent au système de produire.

2.4 Les conditions d'optimum

La résolution du problème considéré amène à utiliser les équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB). Pour ce faire, nous allons écrire la fonction valeur sur un horizon infini traduisant la valeur du coût minimal (Boukas, 1997). Une fois les fonctions valeurs traduites, nous allons utiliser l'approche de Kushner pour évaluer les résultats.

La fonction valeur du problème considéré est donnée par l'équation suivante :

$$v_{\alpha}(x, \alpha) = \inf_{u \in \Gamma(\alpha)} J(x, u, \alpha) \text{ avec } \alpha \in B \quad (2.10)$$

Une solution de l'équation (2.10) peut être obtenue à partir des équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB).

$$\rho v(x, \alpha) = \min_{u \in \Gamma(\alpha)} \left[g(x, u) + \sum_{\beta \in M} q_{\alpha\beta} v^h(x, \beta) + (u - d(\alpha)) \frac{\partial v}{\partial x}(x, \alpha) \right] \quad (2.11)$$

Selon (Boukas, 1997) et (Kenne et Gharbi, 2004), la fonction valeur est strictement convexe, continue et différentiable sous certaines conditions que le lecteur pourra vérifier dans ces articles. Elle satisfait aux équations d'HJB et reste une solution de viscosité de ces mêmes équations. Ces propriétés élémentaires de la fonction valeur ont été démontrées en utilisant un certain nombre de théorèmes. Nous avons utilisé ces définitions pour montrer que la fonction valeur est une solution de viscosité des équations de HJB.

2.5 Méthodes numériques

Pour résoudre les conditions d'optimum du problème considéré, nous allons utiliser la méthode numérique basée sur l'approche de Kushner ((Kushner et Dupuis, 1992)). Cette approche consiste en une simplification des équations d'HJB par l'approximation du gradient de la fonction valeur et sa dérivée $v_{\alpha}(x)$ par $v^h(x)$ avec h le pas de discrétisation de la variable d'état x .

Posons que :

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \begin{cases} \frac{1}{h} (v^h(x+h, \alpha) - v^h(x, \alpha)) & \text{si } u - d(\alpha) > 0 \\ \frac{1}{h} (v^h(x, \alpha) - v^h(x-h, \alpha)) & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.12)$$

En multipliant par $u - d(\alpha)$, l'équation (2.12) devient :

$$(u - d(\alpha)) \frac{\partial v(x, \alpha)}{\partial x} = \begin{cases} \frac{1}{h} (v^h(x+h, \alpha) - v^h(x, \alpha)) (u - d(\alpha)) & \text{si } (u - d(\alpha)) \geq 0 \\ \frac{1}{h} (v^h(x, \alpha) - v^h(x-h, \alpha)) (u - d(\alpha)) & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.13)$$

En injectant l'équation (2.13) dans l'équation (2.11), nous trouvons l'équation (3.14)

$$\rho^h(x, \alpha) = \min_{u \in \Gamma(\alpha)} \left[\frac{g(u, \alpha) + q_{\alpha\alpha} v^h(x, \alpha) + \sum_{\beta \neq \alpha}^m q_{\alpha\beta} v^h(x, \beta) + \frac{(u - d(\alpha))}{h} \left(v^h(x+h, \alpha) \text{Ind}\{u - d(\alpha) \geq 0\} + v^h(x-h, \alpha) \text{Ind}\{u - d(\alpha) < 0\} \right) - \frac{|u - d(\alpha)|}{h} v^h(x, \alpha)}{1} \right] \quad (2.14)$$

$$\text{Avec } \text{Ind}\{P(\bullet)\} = \begin{cases} 1 & \text{si } P(\bullet) \text{ est vrai} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$P(\cdot)$ est une proposition donnée

Après simplification de l'équation (2.14), nous obtenons l'expression de la fonction valeur

$$v^h(x, \alpha) = \min_{u \in \Gamma(\alpha)} \left[\frac{g(u, \alpha) + \sum_{\beta \neq \alpha}^m q_{\alpha\beta} v^h(x, \beta) + \frac{(u - d(\alpha))}{h} \left[v^h(x+h, \alpha) \text{Ind}\{u - d(\alpha) \geq 0\} + v^h(x-h, \alpha) \text{Ind}\{u - d(\alpha) < 0\} \right]}{\left(\rho + \frac{|u - d(\alpha)|}{h} + |q_{\alpha\alpha}| \right)} \right] \quad (2.15)$$

Où $\Gamma(\alpha)$ est la zone de commande admissible discrète et les autres termes utilisés dans l'équation (2.15) sont définis comme suit :

$$\omega_h^\alpha = |q_{\alpha\alpha}| + \frac{|u - d(\alpha)|}{h}$$

$$P_x^+(\alpha) = \begin{cases} \frac{u - d(\alpha)}{h\omega_h^\alpha} & \text{si } (u - d(\alpha)) \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$P_x^-(\alpha) = \begin{cases} \frac{d(\alpha) - u}{h\omega_h^\alpha} & \text{si } (u - d(\alpha)) < 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$P^\beta(\alpha) = \frac{q_{\alpha\beta}}{\omega_h^\alpha}$$

Le système d'équation (2.15) peut être interprété comme la programmation dynamique à temps continue et à états discret. Le processus des états discrets est défini comme dans (Kenne et Gharbi, 2001) pour le problème de planification de la production.

Pour tout $\alpha \neq \beta$ les termes $p_x^+(\alpha)$, $p_x^-(\alpha)$ et $p^\beta(\alpha)$, peuvent être considérés comme des probabilités de transition pour le contrôle d'une chaîne de Markov dans un espace d'états discrets représentant la zone admissible dans l'équation $p_x^+(\alpha) + p_x^-(\alpha) + \sum_{\beta \neq \alpha} p^\beta(\alpha) = 1$. Le

terme $1 / (1 + \frac{\rho}{\omega_h^\alpha})$ correspond à un facteur d'actualisation positif. Nous utiliserons la

technique de l'amélioration de la politique pour obtenir une solution de rapprochement au problème d'optimisation. La technique de cet algorithme peut être trouvée dans (Kushner et Dupuis, 1992).

2.6 Exemple numérique et résultats

Dans cette partie, nous allons étudier le problème de planification de la production en tenant compte des phénomènes aléatoires (pannes et réparations) de la machine. Nous ne contrôlons pas la maintenance corrective (réparation). Nous présentons la résolution numérique du système manufacturier décrit au paragraphe 1.

Le tableau 2.2 illustre les taux de transition et leur signification. Nous utilisons ces variables pour la planification de la production avec demande aléatoire. La variable de contrôle est le taux de production.

Tableau 2.2 Taux de transition M1P1

Taux de transition	Signification	Type de variable
$q_{12}=q_{34}=1/MTBF$	Taux de pannes	Variable constante
$q_{21}=q_{43}=1/MTTR$	Taux de réparations	Variable constante
$q_{13}=q_{24}=1/MTCD_{12}$	Taux de change demande 1 à 2	Variable constante
$q_{31}=q_{42}=1/MTCD_{21}$	Taux de change demande 2 à 1	Variable constante

2.6.1 Résultats

Pour résoudre le problème posé, nous avons utilisé le logiciel Matlab. Le tableau 2.3 représente les valeurs numériques pour effectuer la résolution de ce problème.

Tableau 2.3 Valeurs numériques des taux de transition M1P1

$q_{13}=q_{24}$	$q_{31}=q_{42}$	$q_{21}=q_{43}$	$q_{12}=q_{34}$
1/10	1/20	1/10	1/100

À partir du tableau de données ci-dessus, nous allons vérifier la faisabilité de notre système.

La matrice des taux de transition est la suivante :

$$Q(\bullet) = \begin{bmatrix} -11/100 & 1/100 & 1/10 & 0 \\ 1/10 & -1/5 & 0 & 1/10 \\ 1/20 & 0 & -6/100 & 1/100 \\ 0 & 1/20 & 1/10 & -3/20 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Calculons à présent les probabilités limites à partir des équations (2.8)

$$\begin{aligned} \pi_1 &= 0.5455 \\ \pi_2 &= 0.0545 \\ \pi_3 &= 0.3636 \\ \pi_4 &= 0.0364 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Le tableau 3.4 indique les valeurs numériques des paramètres pour la résolution avec Matlab du modèle M1P1. Le système est faisable avec une disponibilité de 12.73% obtenue avec ce programme.

Tableau 2.4 Valeurs numériques des paramètres du système considéré M1P1

h_x	U_{\max}	d_1	d_2	c^-	c^+	ρ
0,2	0,8	0,775	0,65	50	2	0,01

Les fonctions valeurs représentant les quatre (4) différents modes sont :

$$v^h(x,1) = \min_{u \in \Gamma(1)} \left\{ \frac{c^+x^+ + c^-x^-}{\omega_h^1(1 + \frac{\rho}{\omega_h^1})} + \frac{1}{(1 + \frac{\rho}{\omega_h^1})} \left(P_x^1(1)v^h(x+h,1) + P_x^2(1)v^h(x-h,1) + P^2(1)v^h(x,2) + P^3(1)v^h(x,3) \right) \right\} \quad (2.18)$$

$$v^h(x,2) = \min_{u \in \Gamma(2)} \left\{ \frac{c^+x^+ + c^-x^-}{\omega_h^2(1 + \frac{\rho}{\omega_h^2})} + \frac{1}{(1 + \frac{\rho}{\omega_h^2})} (P_x^-(2)v^h(x-h,2) + P^1(2)v^h(x,1) + P^4(2)v^h(x,4)) \right\} \quad (2.19)$$

$$v^h(x,3) = \min_{u \in \Gamma(3)} \left\{ \frac{c^+x^+ + c^-x^-}{\omega_h^3(1 + \frac{\rho}{\omega_h^3})} + \frac{1}{(1 + \frac{\rho}{\omega_h^3})} (P_x^+(3)v^h(x+h,3) + P_x^-(3)v^h(x-h,3) + P^1(3)v^h(x,1) + P^4(3)v^h(x,4)) \right\} \quad (2.20)$$

$$v^h(x,4) = \min_{u \in \Gamma(4)} \left\{ \frac{c^+x^+ + c^-x^-}{\omega_h^4(1 + \frac{\rho}{\omega_h^4})} + \frac{1}{(1 + \frac{\rho}{\omega_h^4})} (P_x^-(4)v^h(x-h,4) + P^2(4)v^h(x,2) + P^3(4)v^h(x,3)) \right\} \quad (2.21)$$

L'espace d'état est défini sur un domaine $D = \{x / -5 < x < 50\}$ discrétisé suivant le pas h_x .

Les résultats obtenus indiquent une politique de production de type à seuil critique (hedging point policy). Cette politique est décrite par le système d'équation suivant :

$$u(\alpha, x) = \begin{cases} U_{\max} & \text{si } x(t) < Z_1 \\ d_1 & \text{si } x(t) = Z_1 \\ 0 & \text{si } x(t) > Z_1 \end{cases} \quad \text{et} \quad u(\alpha, x) = \begin{cases} U_{\max} & \text{si } x(t) < Z_2 \\ d_2 & \text{si } x(t) = Z_2 \\ 0 & \text{si } x(t) > Z_2 \end{cases} \quad (2.22)$$

Z_1 et Z_2 représentent respectivement les seuils critiques aux modes 1 et 3. Au mode 1, la machine est opérationnelle avec la demande d_1 et au mode 3 avec la demande d_2 . L'analyse de la figure 2.2 indique au mode 1 que lorsque le niveau de stock est inférieur à $Z_1=17.5$, il faut produire au taux maximal de la machine. Si elle est égale au niveau de stock, on produire

juste au taux de la demande d_1 . Cependant, si le stock est supérieur au niveau du stock critique, on ne doit rien produire.

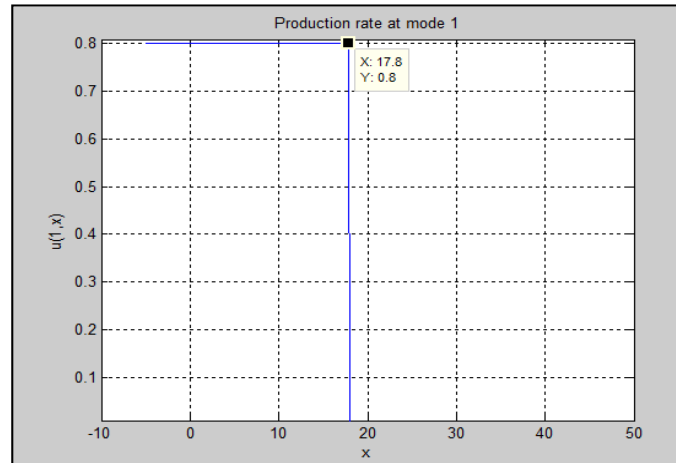


Figure 2.2 Taux de production au mode 1 du système considéré M1P1

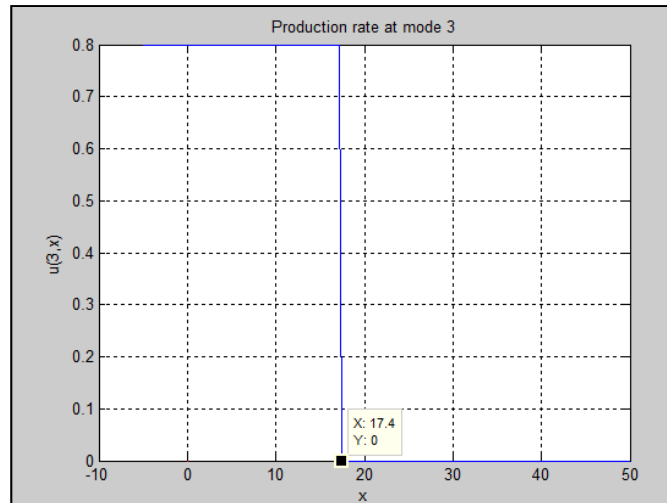


Figure 2.3 Taux de production au mode 3 du système considéré M1P1

La figure 2.3 présente la politique de production au mode 3 du système considéré avec la demande 2. Nous devons produire au taux maximal de la machine si le stock est inférieur à

$Z_2 = 17.4$. Dans le cas contraire, nous ne produisons rien du tout. S'il est égal au seuil critique Z_2 , nous produisons juste au taux de la demande 2

Le tableau 2.5 montre les différentes valeurs obtenues ainsi que le coût de production moyen aux seuils critiques. Le lecteur pourra se référer à l'annexe I pour les courbes des fonctions valeurs.

Tableau 2.5 Fonctions valeurs et coût moyen aux seuils critiques

Seuils critiques	Fonction valeur mode 1	Fonction valeur mode 2	Fonction valeur mode 3	Fonction valeur mode 4
17.8	21.6	33.9		
17.4			20.3	32.6

2.6.2 Analyse de sensibilité

L'analyse de la variation du coût de pénurie sur les niveaux moyen du seuil critique comme l'indique la figure 2.4, que cette variation croît progressivement avec les niveaux de seuil critique et elle tend à se stabiliser au-delà du coût de 50. En d'autres termes, plus le coût de pénurie augmente, plus les niveaux des seuils critiques augmentent également. À travers la même figure, nous apercevons que les deux courbes sont confondues, ce qui nous fait dire que le niveau de seuil critique de Z_1 est égal à celui de Z_2 .

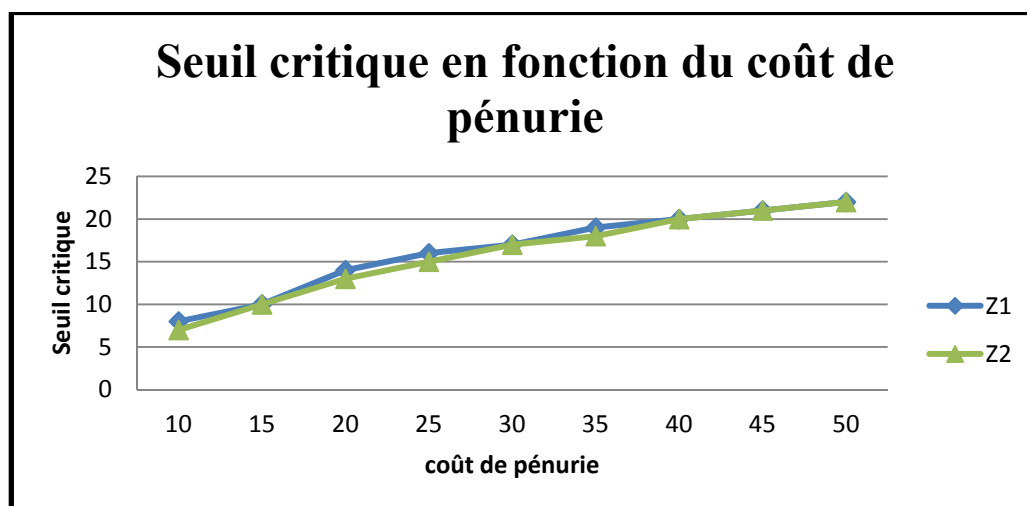


Figure 2.4 Seuils critiques en fonction du coût de pénurie (M1P1)

La variation du coût de l'inventaire comme présentée à la figure 2.5, nous amène à la conclusion que si nous augmentons le coût de l'inventaire, nous diminuons également le niveau de seuil critique. Et ce niveau de seuil va décroître jusqu'à une certaine valeur du coût de l'inventaire avant de se stabiliser. Nous nous apercevons également que le niveau de seuil critique Z_1 est identique à au seuil critique Z_2 .

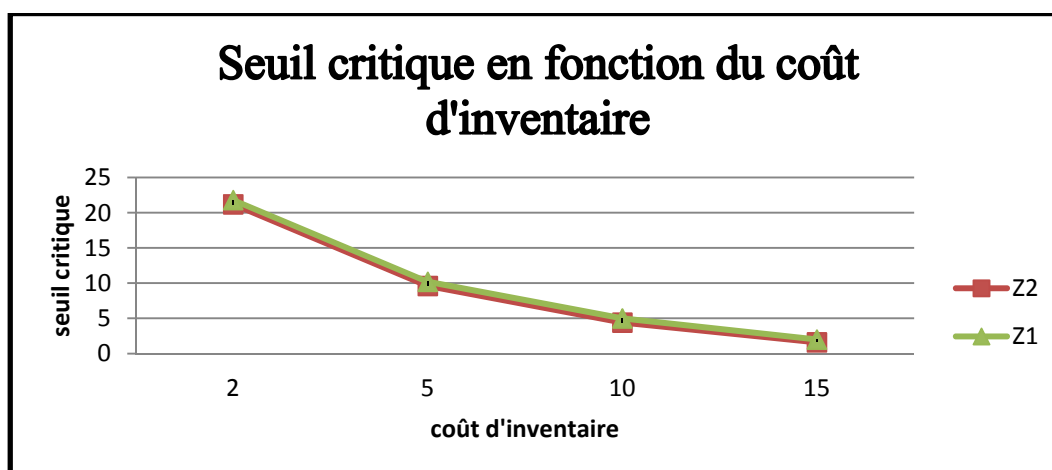


Figure 2.5 Seuils critiques en fonction du coût d'inventaire (M1P1)

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que la politique de production avec demandes aléatoires est une politique du type à seuil critique. Cette politique tient compte des coûts liés à la production et permet d'obtenir un coût optimal. En plus de sa flexibilité, elle répond aux objectifs de production en terme de coût.

Pour résoudre les conditions d'optimum du problème du système considéré, nous avons utilisé une chaîne de Markov homogène à temps continu et à états discrets. Nous avons également utilisé la méthode numérique basée sur l'approche de Kushner. Ceci a permis d'avoir les solutions des équations de HJB. Les politiques qui en sont sorties sont des politiques de production à seuil critique (HPP). À travers l'analyse de sensibilité, nous avons montré que les niveaux de seuils critiques sont identiques.

Dans le chapitre suivant, nous allons établir un modèle de simulation à événements discrets pour représenter la dynamique de notre système considéré ainsi qu'un plan d'expériences, qui permettra de définir les principaux facteurs et les coûts encourus dans le but de trouver la politique optimale du système considéré.

CHAPITRE 3

SIMULATION ET PLAN D'EXPÉRIENCES

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons utiliser la combinaison de deux approches, la simulation et le plan d'expériences (surfaces de réponse et l'analyse de la régression). Le modèle de simulation utilisé est le modèle à événements discrets utilisé par le logiciel ARENA. En ce qui concerne le plan d'expérience, nous allons utiliser le logiciel STATGRAPHICS pour la création et l'analyse des surfaces de réponse.

3.2 Modèle de simulation

Selon la définition de (Shubik et Brewer, 1971) : « la simulation d'un système ou d'un organisme est l'opération d'un modèle (simulateur) qui est une représentation du système ou organisme. Le modèle se prête à des manipulations qui seraient impossibles, trop coûteuses ou non pratiques à effectuer sur le système. L'opération du modèle peut être étudiée et on peut en tirer les propriétés du comportement du système réel ou d'un de ses sous-systèmes ».

(Jerry et John S, 2009) mentionnent que la simulation implique la génération d'une histoire artificielle du système et l'observation d'une histoire pareille pour connaître les caractéristiques opératoires du système réel. Nous allons souligner que la simulation est un outil d'aide de la prise de décisions; pour atteindre les objectifs, nous devons généralement exprimer les propriétés importantes du système de manière à permettre de faire des expériences, c'est-à-dire de manipuler, varier les attributs de certaines composantes et nature des interactions entre ces composantes. Le système sera donc exprimé sous forme de symboles, qui représentent les composantes, et les expressions logiques traduisant les relations fonctionnelles ou interactionnelles.

Le modèle de simulation d'événements discrets qui décrit la dynamique du système est développé en utilisant le langage « SIMAN » (Tayfur et Benjamin, 2007). Afin d'obtenir les coûts liés aux facteurs d'entrée Z_i sur le système considéré, un seul modèle sera créé. Les temps de pannes, réparation de la machine et des temps inter-arrivé obéissent à des distributions aléatoires. Par conséquent, le modèle de simulation développé doit accepter toutes les distributions de probabilités. Le taux de production de la machine est caractérisé par la politique à seuil critique définie par les facteurs d'entrée (valeurs du stock critique). Notre modèle de simulation est représenté par des éléments appelés « experiment frame » et des blocs « model frame ». La modélisation de notre système manufacturier est constituée de cinq grandes parties, à savoir :

- la modélisation des pannes de la machine;
- la modélisation du temps moyen de changement de la demande;
- la modélisation de la production;
- la modélisation du taux d'arrivée des demandes;
- la modélisation de la politique à seuil critique.

Par souci de compréhension, nous avons adopté des blocs diagrammes pour représenter et décrire le modèle, à travers les figures 3.1 à 3.5.

3.2.1 Bloc diagramme de la machine en panne

La figure 3.1 représente le temps de fonctionnement et de réparation de la machine. La machine fonctionne pendant un temps moyen de MTBF qui suit une loi exponentielle. Après ce temps de fonctionnement, il s'ensuit la panne et le temps de réparation MTTR, est également aléatoire (exponentielle).

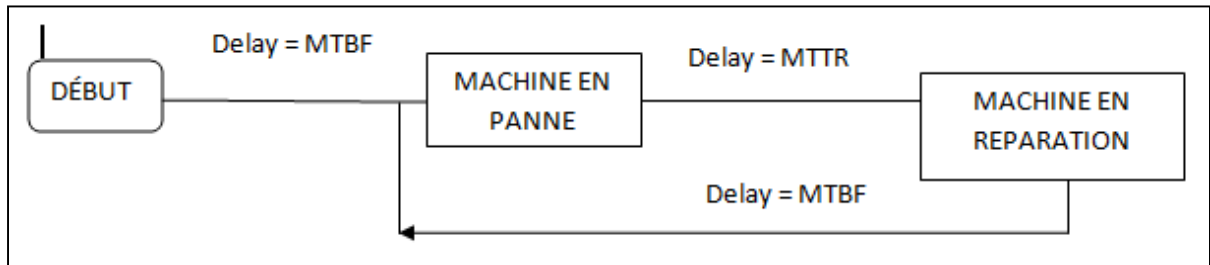


Figure 3.1 Bloc diagramme de la machine en panne

3.2.2 Bloc diagramme du temps moyen de change de la demande

Initialement, nous représentons la demande dans le block DÉBUT. Une fois qu'elle est créée, nous faisons un test pour vérifier le type de demande comme l'illustre la figure 3.2. Après, nous assignons le temps qui passe d'une demande à une autre.

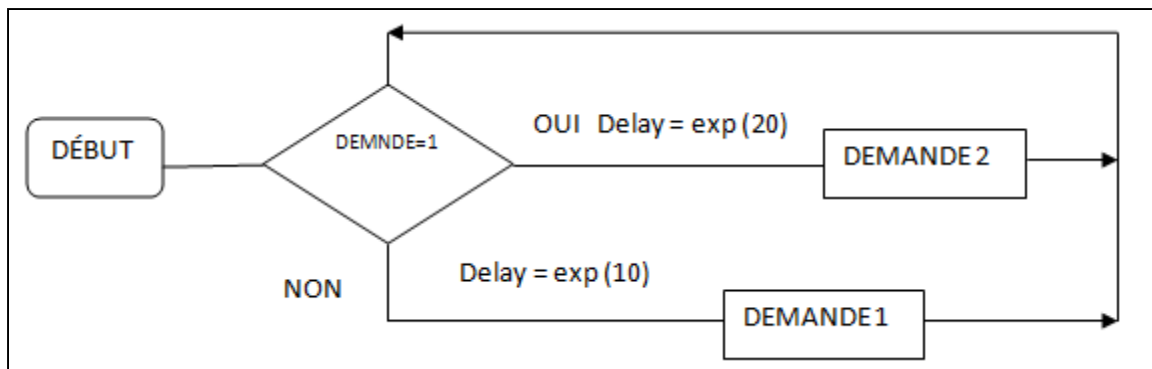


Figure 3.2 Bloc diagramme de la variation de la demande

3.2.3 Bloc diagramme de la production

La figure 3.3 représente le diagramme de la production. Initialement, nous créons une entité dans le block DÉBUT. Comme le montre la figure 3.3, nous vérifions l'état de la machine. Elle est en panne ou indisponible, c'est-à-dire elle est au mode 2 ou au mode 4.

Si la machine n'est pas aux modes 2 ou 4, elle peut alors produire. L'ordre est donné à la machine de produire pendant la durée équivalent à $1/U(.)$. Après la production, nous faisons la mise à jour du niveau des inventaires et du coût de stockage. La simulation prend fin si le temps courant (T_c) atteint l'horizon de temps de la production, sinon, un message est envoyé au block test pour un autre cycle de production.

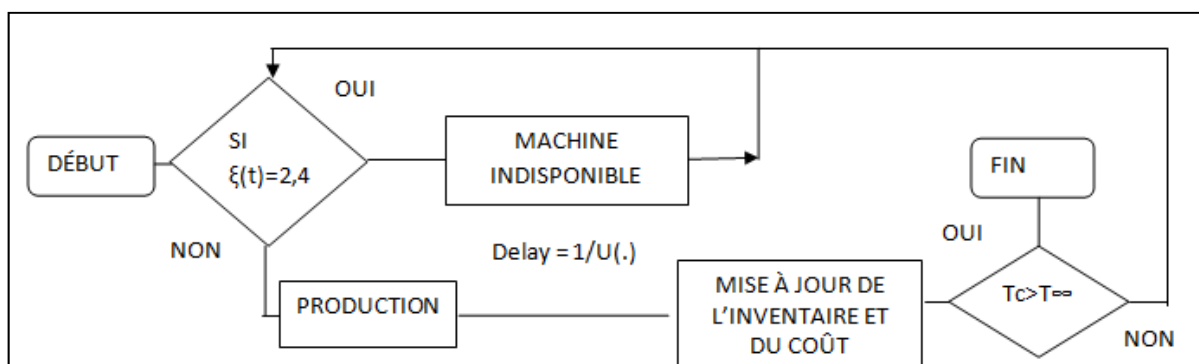


Figure 3.3 Bloc diagramme de la production

3.2.4 Bloc diagramme du taux d'arrivée de la demande

Comme illustré à la figure 3.4, nous représentons la demande dans le block DÉBUT, nous faisons un test pour vérifier le type de demande, si la demande est égale à 1 alors nous assignons le taux d'arrivée de cette demande qui est de $1/d1$ unités de temps. Un message apparaîtra dans le block MISE À JOUR DE L'INVENTAIRE ET DU COÛT dans le cas où la demande est satisfaite ($x(t) > 0$) ou en pénurie ($x(t) < 0$);

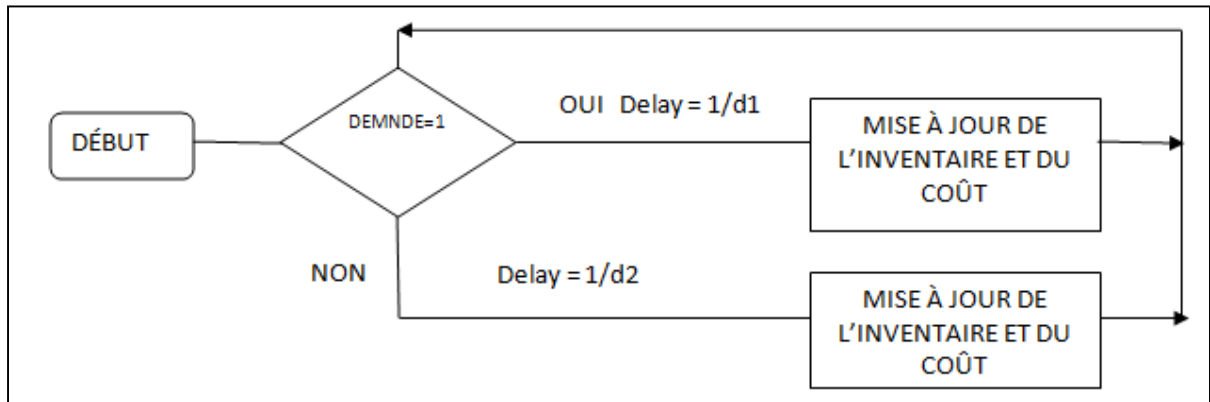


Figure 3.4 Bloc diagramme du taux d'arrivée de la demande

3.2.5 Bloc diagramme de la politique à seuil critique

La politique de contrôle est illustrée à la figure 3.5, par la sortie du block PRODUCTION. Ce block permet de vérifier de façon permanente la variation du niveau de stock $X(t)$.

D'abord, nous faisons un test pour identifier le type de demande (1 ou 2) ensuite nous vérifions le niveau de stock $X(t)$.

Si $X(t) > Z_1^*$ ou $X(t) > Z_2^*$, alors le taux de production est nul sinon, il peut être au taux de la demande ($d1$ ou $d2$) avec $X(t)=Z_1^*$ ou $X(t)=Z_2^*$ ou au taux de production maximal ($X(t) < Z_1^*$ ou $X(t) < Z_2^*$).

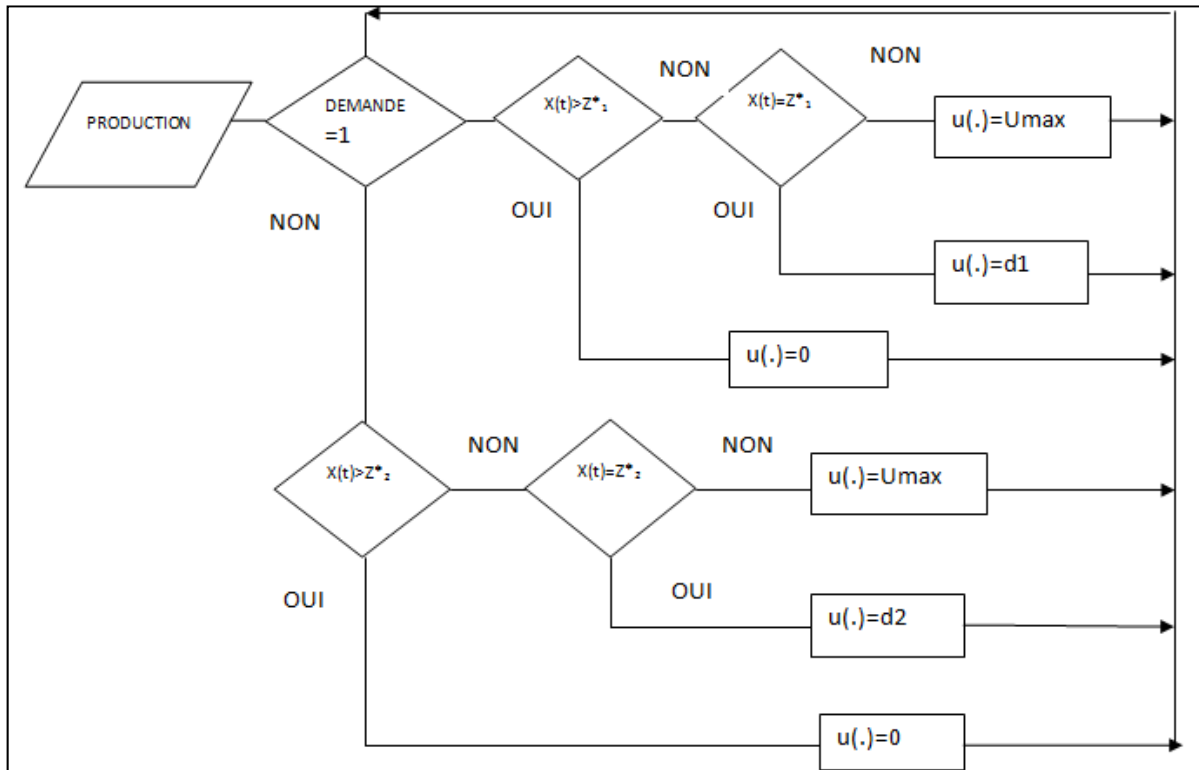


Figure 3.5 Bloc diagramme de la politique de production

3.2.6 Analyse des performances du système

Dans cette section, nous présentons les résultats obtenus de la simulation du fonctionnement du système de production pour une durée de 100000 unités de temps et les valeurs de seuil critique Z_1 et Z_2 déterminées par le plan d'expérience. Nous constatons que le taux d'utilisation de la machine est de 99% et nous pouvons conclure que nous sommes en présence de goulot d'étranglement et le temps du produit dans le système sera considérablement élevé comme l'indique les statistiques de la simulation.

La figure 3.6 montre la variation du niveau d'inventaire du produit. Ce niveau d'inventaire est stable avant la panne. Lorsque la machine est soumise à des pannes et réparations aléatoires, le niveau de stock diminue considérablement. Après la réparation, le niveau de

stock augmente progressivement pour atteindre le niveau du seuil critique afin de satisfaire la demande.

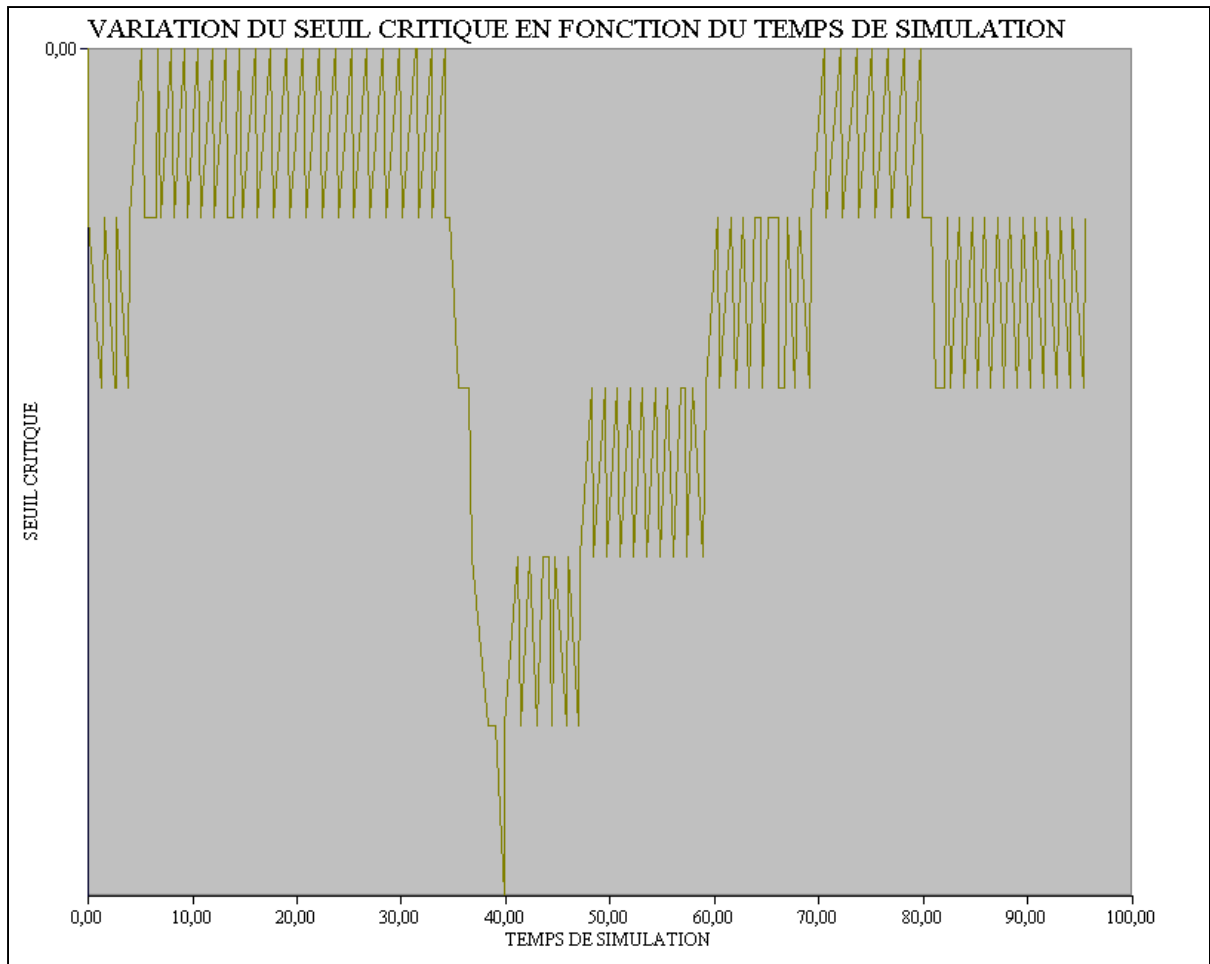


Figure 3.6 Illustration du niveau d'inventaire du système M1P1

3.3 Plan d'expériences et surface de réponse

Les objectifs de cette partie consistent à :

- déterminer les paramètres qui affectent la réponse (le coût);
- estimer les relations entre la réponse (le coût) et les facteurs significatifs;
- calculer les valeurs optimales des valeurs estimées;

- valider la loi de commande proposée.

3.3.1 Plan d'expériences

Dans cette section, nous collectons et analysons des données pour un coût stable qui approche le coût défini par la fonction valeur (6). Le plan d'expérience consiste à sélectionner un ensemble d'alternatives composées des seuils critiques des deux demandes Z_1 et Z_2 pour le modèle de simulation. Il établit également les niveaux des facteurs du modèle et de la décision sur les conditions sous lesquelles le modèle fonctionne, comme le nombre de répliques. Par exemple, pour un système manufacturier à deux demandes aléatoires, nous avons choisis de faire trois répliques, C'est-à-dire que ce plan d'expérience nous emmène à simuler 3^2 tests, ce qui conduit à 27 tests de simulation. Les niveaux des variables indépendantes sont présentés dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1 Niveau des variables indépendantes

facteur	Niveau bas	centre	Niveau haut	Description
Z1	1	21	41	P1 variable du niveau de stock
Z2	1	21	41	P1 variable du niveau de stock

L'analyse des statistiques des données simulées consiste en l'analyse des facteurs de la variance (ANOVA). Il s'agit d'utiliser un logiciel de statistique : STATGRAPHICS. Ce dernier permet de nous fournir l'information sur la dépendance des variables. Il constitue les sommes des carrés, les degrés de liberté, les ratios et la probabilité que les écarts observés ne soient que le fait du hasard (P-value). Ce dernier paramètre permet d'étudier la signification de chaque facteur. L'analyse de régression (R-carré) indique si le modèle conçu est valable. STATGRAPHICS peut aussi analyser la corrélation qui peut exister entre les valeurs de Z_1 , Z_2 et Coût total obtenus par la simulation d'Arena de (Tayfur et Benjamin, 2007) et (Keltona, Sadowski et S, 2007). Avant de commencer l'analyse, nous devons vérifier l'homogénéité

des variances de chacune des variables Z_1 et Z_2 par les tests de Bartlett ou des moyennes étendues, nous supposons que les variances sont homogènes comme stipulé dans (Baillargeon, 1990).

Pour le test de Fischer, nous formulons deux hypothèses : les moyennes de chaque groupe des variables sont identiques soit l'hypothèse H_0 au seuil de signification $\alpha=0.05$ et l'hypothèse H_1 si les moyennes ne sont pas égales. En d'autres termes, nous posons pour seuil de signification $\alpha=0.05$ que :

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$
- $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

Nous évaluons la valeur critique de F dans la table de Fisher en déterminant les degrés de liberté (DDL) et ensuite nous déterminons la valeur critique. Soit DDL pour les groupe égal à 1 puisque nous avons « $2-1=1$ » et pour le degré de liberté au sein des groupes, nous avons « 19 ». Donc, d'après la « F-table », la valeur critique de F est égale à 4.38.

Nous comparons par la suite la valeur de F critique avec celle dans la table de l'ANOVA ci-dessous. Puisque la valeur critique de F dans la table d'ANOVA est supérieure à celle de la table de Fisher, Nous déduisons qu'il faut rejeter l'hypothèse H_0 . C'est-à-dire que les moyennes ne sont pas identiques.

D'après la table de l'ANOVA, nous remarquons que Z_1 , Z_2 , Z_{12} , Z_{11} et Z_{22} sont significatifs car leurs P-values sont inférieures à 0.05. La figure 3.7 illustre parfaitement les interactions entre les facteurs.

En se basant sur les hypothèses du logiciel STATGRAPHICS, le coefficient de détermination est égal à 0.953793 soit 95,3793% dans la table de l'ANOVA. Cette valeur tend vers 1, ce qui traduit que notre modèle tend vers le modèle réel après une analyse préliminaire.

Tableau 3.2 Tableau ANOVA

Source	Somme des carrés	DDL	Moyenne quadratique	Rapport F	Probabilité.
Z_1 :A	12731,3	1	12731,3	1675,18	0,0000
Z_2 :B	1048,19	1	1048,19	137,92	0,0000
Z_1^2 :AA	7619,26	1	7619,26	1002,54	0,0000
$Z_1 \times Z_2$:AB	613,198	1	613,198	80,68	0,0000
Z_2^2 :BB	1062,06	1	1062,06	139,75	0,0000
blocs	46,5145	2	23,2573	3,06	0,0705
Erreur totale	144,399	19	7,59996		
Total (corr.)	23264,9	26			

Nous avons aussi :

-R-carré = 99,3793 pourcent(s)

-Statistique de Durbin-Watson = 2,61948 (P=0,8361)

-Autocorrélation résiduelle d'ordre 1 = -0,338546

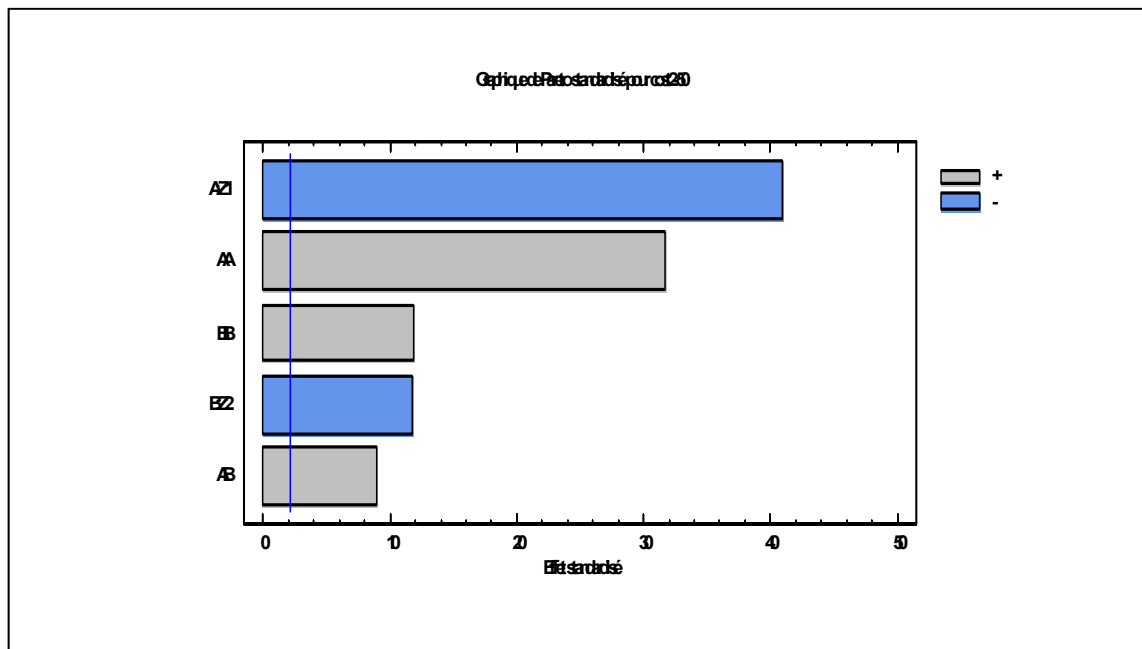


Figure 3.7 Interaction des paramètres du système M1P1

3.3.2 Méthodologie des surfaces de réponse

Le plan d'expériences nous conduit obligatoirement à la modélisation mathématique de la variable dépendante (le coût). Nous supposons qu'il existe une fonction mathématique qui permet de déterminer le coût quel que soit les facteurs d'entrée. Ceci revient à écrire le modèle mathématique du coût en fonction des facteurs Z_1 et Z_2 . Cette fonction « $f(.)$ » est appelée surface de réponse (Montgomery, 1991), nous supposons qu'elle est continue.

$$\text{la fonction coût} = \mathcal{O}(Z_1, Z_2, \dots, Z_n) \quad (3.1)$$

Le modèle considéré se compose de deux variables d'entrée (facteurs) Z_1 et Z_2 . Sachant que tous les facteurs de Z sont significatifs, le lecteur pourra se référer à la figure 4.7. L'équation de la surface de réponse est décrite par la formule suivante.

$$\text{coût} = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i Z_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} Z_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=2, i < j}^k \beta_{ij} Z_i Z_j + \varepsilon \quad (3.2)$$

Où $k=n$ et Z_j sont les variables d'entrées avec $j=1, \dots, n$. β_0 , β_i ($i=1,2$), β_{ij} ($i,j=1,2$) sont les paramètres et ε est la variation d'erreur. Pour plus de détails sur les conditions et faisabilité de la surface de réponse, le lecteur pourra se référer à (Khuri et Cornell, 1987) et (Douglas. C et Montgomery, 2009). Dans notre cas, nous avons $k=2$ et ($i,j=1,2$). Par conséquent l'équation (4.2) devient alors :

$$\text{coût} = \beta_0 + \beta_1 Z_1 + \beta_2 Z_2 + \beta_{11} Z_1^2 + \beta_{12} Z_1 Z_2 + \beta_{22} Z_2^2 \quad (3.3)$$

D'après le logiciel STATGRAPHICS, nous obtenons les résultats suivants

Tableau 3.3 Coefficients significatifs de la régression

Coefficient	β_0	β_1	β_2	β_{11}	β_{12}	β_{22}
valeur	149,548	-5,4464	-2,15353	0,0890842	0,0178654	0,0332587

Partant du tableau 3.3, Nous déduisons l'équation du coût suivante :

$$\text{coût} = 149,548 - 5,4464Z_1 - 2,15353Z_2 + 0,0890842Z_1^2 + 0,0178654Z_1Z_2 + 0,0332587Z_2^2 \quad (3.4)$$

La loi de commande considérée pour ce système manufacturier est définie par les valeurs optimales de Z_1^* et Z_2^* qui ont été trouvé numériquement.

Z_1^*	=28,1
Z_2^*	= 24,8

En remplaçant ces valeurs dans l'équation précédente, nous obtenons le coût équivalent à la politique optimale. Ce coût est égal à : **46.34 \$**. Les figures 3.7 et 3.8 présentent la courbe de la surface de réponse de la variable dépendante (Coût) qui vient confirmer nos résultats. À la figure 4.8, les coordonnées du point au centre représente bel et bien les optimums des seuils critiques Z_1 et Z_2

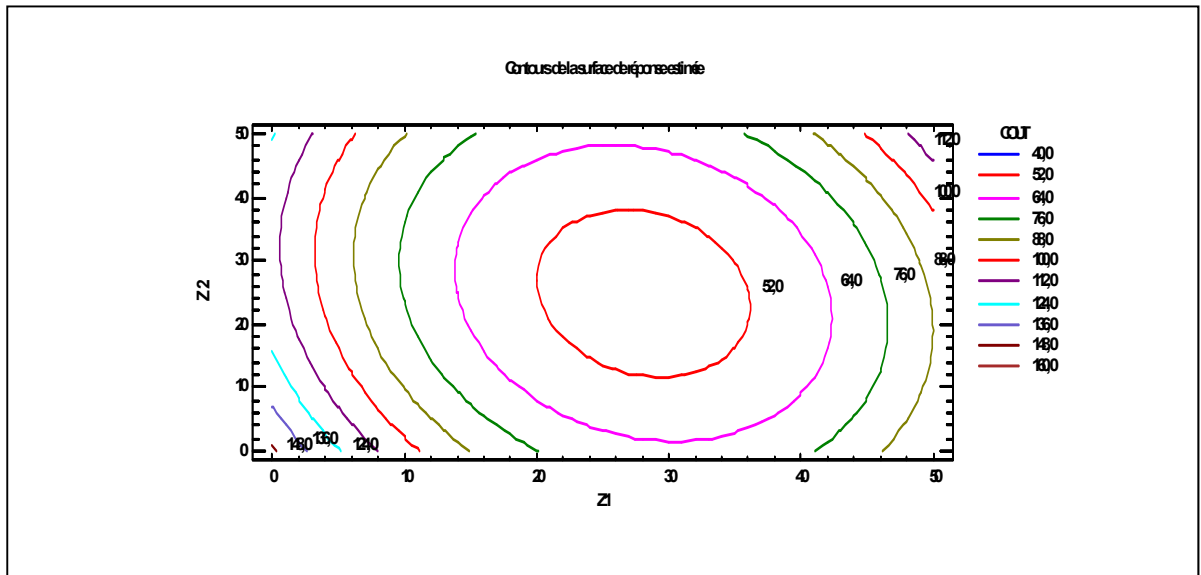


Figure 3.8 Courbe de la surface de réponse estimée du coût

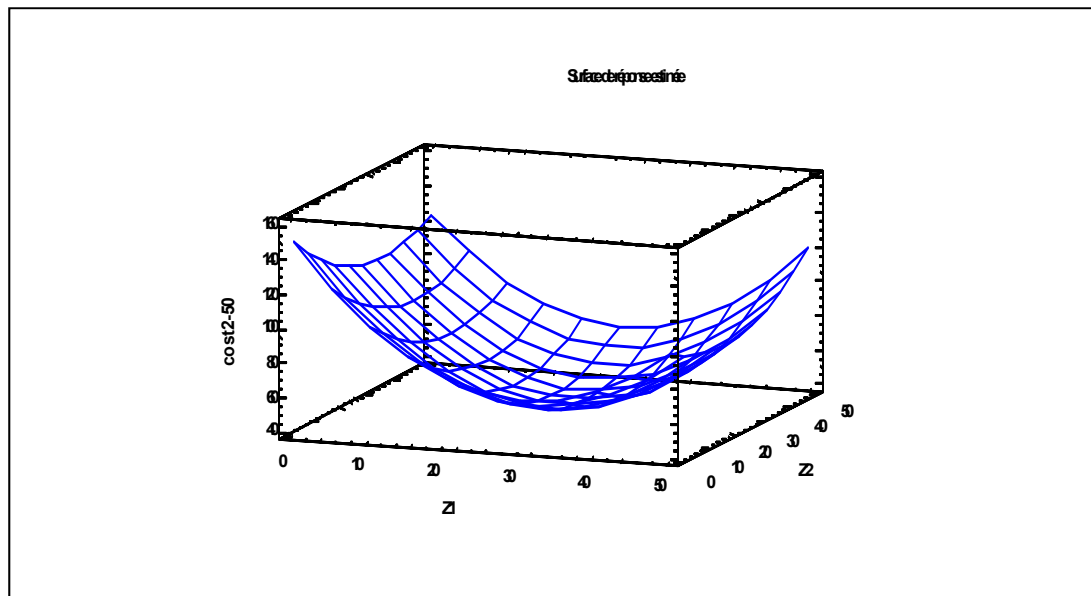


Figure 3.9. Surface de réponse du coût (M1P1)

3.4 Analyse de sensibilité

Dans cette partie, nous allons effectuer plusieurs scénarios par la simulation, en faisant d'abord varier le coût d'inventaire et fixer le coût de pénurie et ensuite fixer le coût d'inventaire et faire varier le coût de pénurie pour chaque combinaison de Z_1 et Z_2 donnée.

Variation du coût de pénurie

Nous observons sur la figure 3.8 que la variation du coût de pénurie accroît considérablement le niveau du stock critique Z_1 et Z_2 . Ce qui nous paraît très logique car plus le coût de pénurie est élevé, nous devons plus stocker. Et cette analyse de sensibilité vient confirmer les résultats de la première partie.

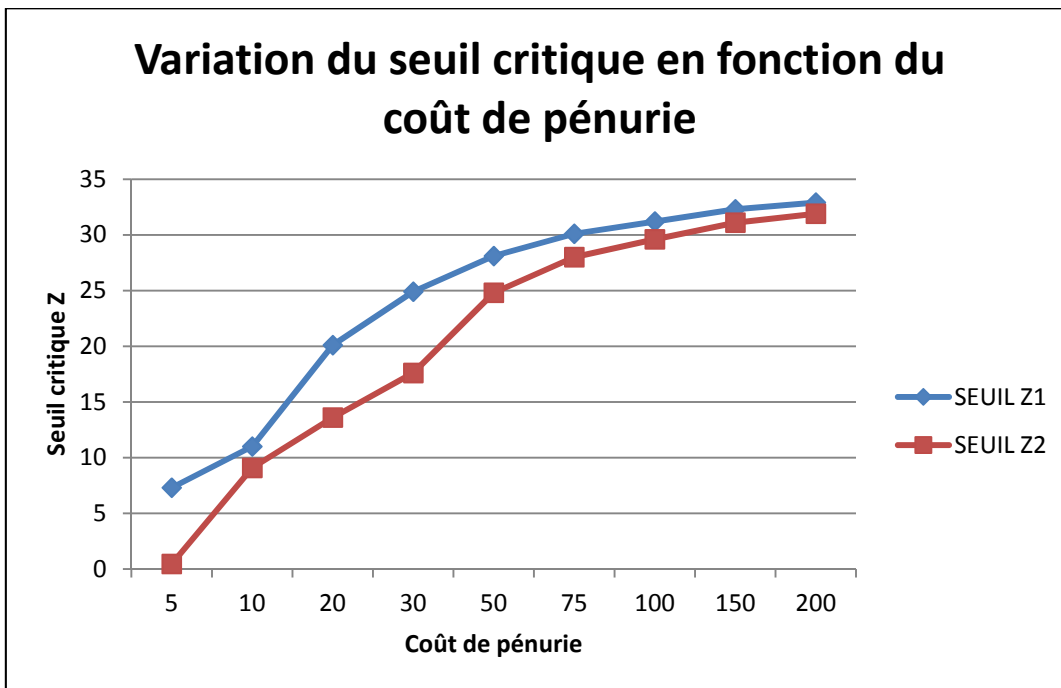


Figure 3.10 Variation du seuil critique en fonction du coût de pénurie

Variation du coût d'inventaire

Nous sommes dans le cas de la variation du coût d'inventaire en fixant le coût de pénurie. Avec la combinaison de la simulation et méthodologie de la surface de réponse, nous pouvons affirmer que le niveau de seuil critique Z décroît avec l'augmentation du coût d'inventaire comme illustre la figure 3.11.

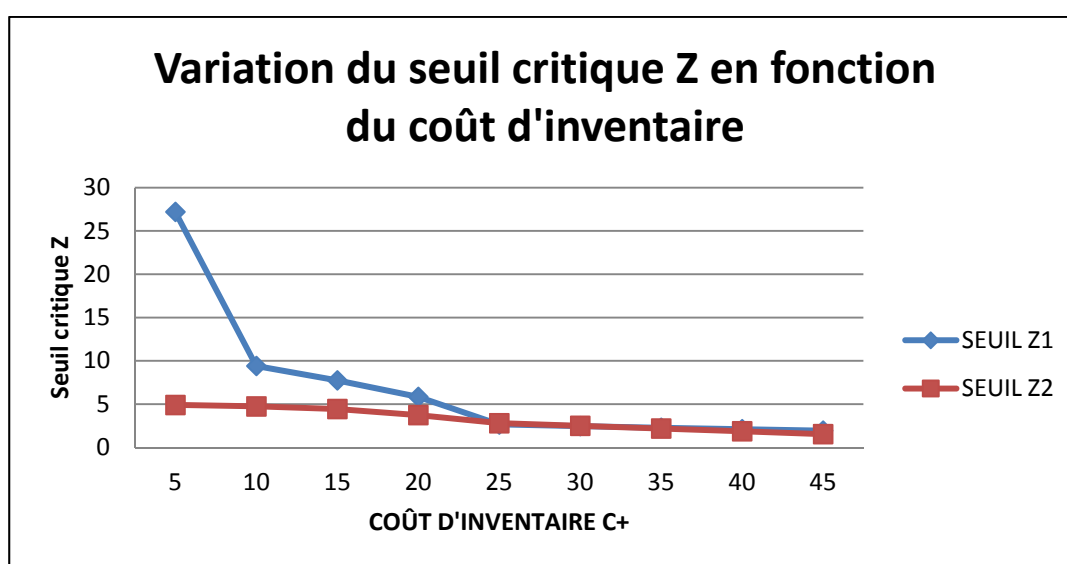


Figure 3.11 Variation du seuil critique en fonction du coût d'inventaire

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons déterminé les valeurs optimales du niveau de seuil critique en se basant sur l'approche combinée du modèle de simulation et du plan d'expérience. À partir des résultats numériques dans la première partie (Kushner) des seuils critiques, nous avons établi un plan d'expérience à deux facteurs de 27 combinaisons avec trois (3) réplications que nous avons simulé par le biais du modèle de simulation considéré. Les résultats de cette simulation, nous ont permis de déterminer les coûts encourus à chaque combinaison des seuils critiques et de faire une analyse de régression. Cette analyse de régression a relevé que

tous les facteurs étaient significatifs. Partant de cette analyse, nous avons trouvé la loi de commande optimale pour le système considéré. Pour illustrer nos résultats, nous avons fait une analyse de sensibilité pour montrer l'influence de la variation des coûts de pénurie et d'inventaire sur les niveaux de seuil critique.

CHAPITRE 4

PLUSIEURS MACHINES EN PARALLÈLE AVEC DEMANDES ALÉATOIRES

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons étudier un système manufacturier composé de deux machines identiques en parallèle afin de simplifier nos études et ensuite on va le généraliser à plusieurs machines. Pour ce faire, nous allons formuler le problème, le modéliser et utiliser l'approche de Kushner pour la résolution (approche numérique) comme dans le chapitre 3.

4.2 Formulation du problème

Dans cette partie, nous considérons un système manufacturier constitué de deux machines en parallèle et identiques produisant un seul type de produit (M2P1). Ce système est sujet à des pannes et réparations aléatoires. Le temps inter-arrivées des demandes est considéré comme aléatoire.

Notons les états de la machine i avec $i = \{0, 1, 2\}$. Le vecteur $(t) = (\zeta_1(t), \zeta_2(t), \dots, \zeta_m(t)) \in K = \{0, 1, 2\}$ décrit les états du processus de la machine. Les machines sont identiques, par conséquent le système peut être défini par $\alpha \in K = \{0, 1, 2\}$ qui correspond au nombre de machines en opération au temps t donné.

Le fonctionnement du système considéré peut être décrit par un processus stochastique $\zeta(t) \in B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ décrivant les différents états de celle-ci. Le système est disponible quand il est en opération ($\zeta_1(t) = \{1, 2\}$ il peut produire) et il est indisponible quand la machine est en panne ($\zeta_1(t) = 0$, il ne peut pas produire). Étant donné que la demande est variable, son processus stochastique est décrit par $\Phi(t) \in \{1, 2\}$. La demande peut prendre la valeur 1 ou 2 suivant les états de la machine. Nous présentons le tableau ci-dessous pour traduire la dynamique du système.

Tableau 4.1 Dynamique du système considéré M2P1

$\zeta_1(t)$	0	1	2	0	1	2
$\Phi(t)$	1	1	1	2	2	2
$\zeta(t)$	1	2	3	4	5	6

$$\zeta(t) = \begin{cases} 1 & \text{si aucune machine en opération avec la demande 1} \\ 2 & \text{si une machine en opération avec la demande 1} \\ 3 & \text{si deux machines en opération avec la demande 1} \\ 4 & \text{si aucune machine en opération avec la demande 2} \\ 5 & \text{si une machine en opération avec la demande 2} \\ 6 & \text{si deux machines en opération avec la demande 2} \end{cases}$$

Les différents états de transitions sont représentés par le diagramme de transitions (fig.5.1)

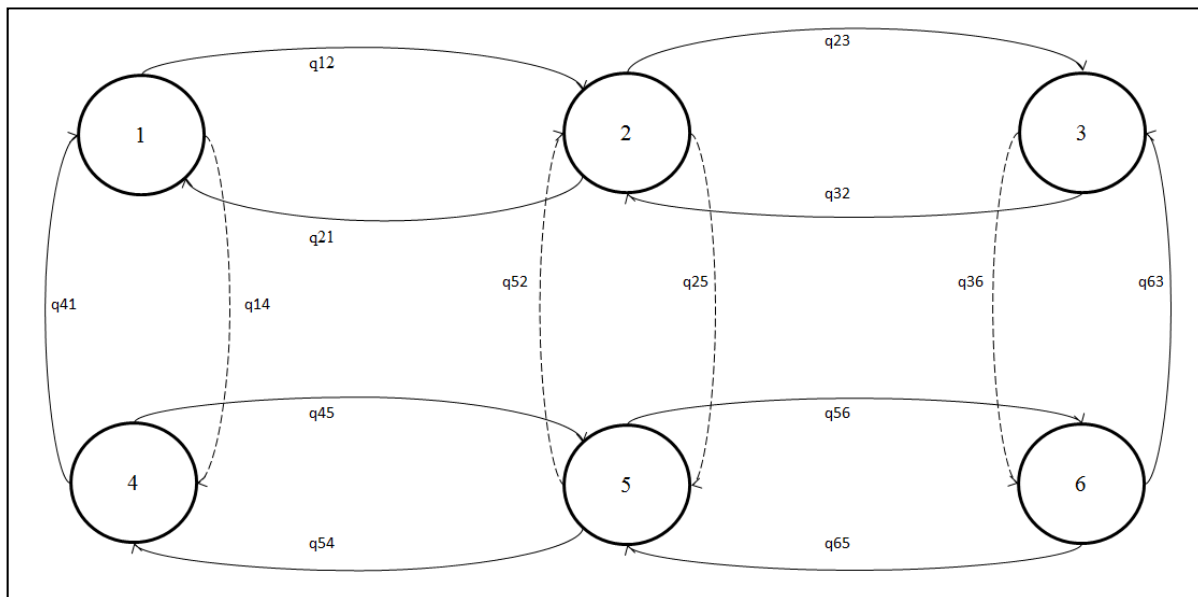


Figure 4.1 Diagramme des taux de transition du système de production M2P1

4.3 Dynamique de la machine

Les modes 2, 3, 5 et 6 permettent uniquement au système de produire. Les probabilités de transition entre les différents modes sont données par :

$$\Pr(\zeta(t + \delta t) = \alpha \mid \zeta(t) = \beta) = \begin{cases} q_{\alpha\beta}\delta t + o(\delta t) & \text{si } \alpha \neq \beta \\ 1 + q_{\alpha\beta}\delta t + o(\delta t) & \text{si } \alpha = \beta \end{cases} \quad \alpha, \beta \in B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad (4.1)$$

$$\text{Avec } q_{\alpha\alpha} = -\sum_{\alpha \neq \beta} q_{\alpha\beta} \quad \alpha, \beta \in B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

4.4 Matrice des taux de transition

L'état du processus est modélisé par une chaîne de Markov homogène, irréductible et à temps continu, à états discrets avec une matrice des taux de transition $Q = (q_{\alpha\beta})$ de dimension 4x4 (constitué d'une seule machine avec deux demandes).

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & 0 & q_{14} & 0 & 0 \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & 0 & q_{25} & 0 \\ 0 & q_{32} & q_{33} & 0 & 0 & q_{36} \\ q_{41} & 0 & 0 & q_{44} & q_{45} & 0 \\ 0 & q_{52} & 0 & q_{54} & q_{55} & q_{56} \\ 0 & 0 & q_{63} & 0 & q_{65} & q_{66} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Notre système peut être décrit par un état hybride caractérisé par un état continu et un état discret. Le processus stochastique de la machine et de la demande sont les composants discrets tandis que le niveau de l'inventaire, rupture d'inventaire du système de production considéré représente l'état continu.

4.5 Dynamique du stock

Soit $u(t) \in \mathbb{R}$ le vecteur du taux de production du système au temps t ($t > 0$). La dynamique de l'inventaire est donnée par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{x}(t) = u(t) - d(\alpha) \text{ avec } \forall \alpha \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, x(0) = x_0 \quad (4.3)$$

Où $d(\alpha)$ et $x_0 \in \mathbb{R}^n$. Notons que $d(\alpha)$ est la demande au mode α et x_0 , le niveau initial du stock. Cette équation explique la variation de l'inventaire dans le temps. En d'autres termes, la production fait augmenter le niveau de stock tandis que la demande $d(\alpha)$ la réduit considérablement.

4.6 Domaine des commandes admissibles

L'ensemble des commandes admissibles est donné par :

$$\Gamma(\zeta) = \{u(t) | 0 \leq u(t) \leq U_{max} \text{ et } 0 \leq u(t) \leq 2 * U_{max}\} \text{ avec } u(t) \in \mathbb{R} \quad (4.4)$$

Où $u(t)$ est le vecteur du taux de production

4.7 Coût instantané

Soit $g_a(x(t), u(t))$, le coût instantané défini comme suit :

$$g(u, x, \alpha) = c^+ x^+ + c^- x^- \quad (4.5)$$

$$x^+ = \max\{0, x(t)\} \text{ et } x^- = \max\{-x(t), 0\}$$

c^+ : le coût de mise en inventaire par unité de pièce et par unité de temps

c^- : le coût de pénurie par unité de pièce et par unité de temps

4.8 Coût total actualisé

L'objectif est de contrôler le taux de production $u(\cdot)$ pour une variation de la demande afin de minimiser le coût total actualisé de production donné par l'équation (4.6). En d'autres termes, nous devons trouver une commande admissible $u(t)$ qui minimisera la fonction coût total.

$$J(x, u, \alpha) = E \left\{ \int_0^{\infty} e^{-\rho t} g(x, u, \alpha) dt \mid x(t) = x, \alpha(t) = \alpha \right\} \quad (4.6)$$

Où ρ est le taux d'escompte, elle tient compte de la dépréciation de la monnaie dans le temps.

4.9 Probabilités limites et conditions de faisabilité

Notre système est décrit par un processus Markovien. Les relations entre la matrice des taux de transition $Q(\cdot)$ et les probabilités limites sont les suivantes :

$$\begin{cases} Q(\bullet) \times \pi(\bullet) = 0 \\ \sum_{j=0}^6 \pi_j = 1 \end{cases} \quad (4.7)$$

Les équations ci-dessus deviennent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\pi_1 \ \pi_2 \ \pi_3 \ \pi_4 \ \pi_5 \ \pi_6 \right] \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & 0 & q_{14} & 0 & 0 \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & 0 & q_{25} & 0 \\ 0 & q_{32} & q_{33} & 0 & 0 & q_{36} \\ q_{41} & 0 & 0 & q_{44} & q_{45} & q_{46} \\ 0 & q_{52} & 0 & q_{54} & q_{55} & q_{56} \\ 0 & 0 & q_{63} & 0 & q_{65} & q_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 + \pi_6 = 1 \end{array} \right. \quad (4.8)$$

La résolution du système d'équation se fera grâce au logiciel Matlab ainsi que la vérification de la faisabilité du système considéré. :

π_1 est le temps moyen que le système passe au mode 1

π_2 est le temps moyen qu'une machine séjourne au mode 2

π_3 est le temps moyen que le système séjourne au mode 3

π_4 est le temps moyen que le système passe au mode 4

π_5 est le temps moyen qu'une machine séjourne au mode 5

π_6 est le temps moyen que le système passe au mode 6

Le système considéré est faisable si :

$$(\pi_2 + \pi_5) * U_{max} + (\pi_3 + \pi_6) * 2 * U_{max} > (\pi_1 + \pi_2 + \pi_3) * d_1 + (\pi_3 + \pi_4 + \pi_6) * d_2 \quad (4.9)$$

Avec U_{max} , d_1 , d_2 et π_i respectivement le taux de production maximal, le taux de demande 1 et 2 et les probabilités limites au mode i. les modes 2, 3, 5 et 6 permettent au système de produire.

4.10 Conditions d'optimalité

La résolution du problème considéré amène à utiliser les équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB). Pour ce faire, nous allons écrire la fonction valeur sur un horizon infini qui traduit la valeur du coût minimal (Boukas et Kenne, 1997),(Kenne et Gharbi, 2004). Une fois les fonctions valeurs traduites, nous allons utiliser l'approche de Kushner pour évaluer les résultats.

La fonction valeur du problème considéré est donnée par l'équation suivante :

$$v_{\alpha}(x, \alpha) = \inf_{u \in \Gamma(\alpha)} J(x, u, \alpha) \text{ avec } \alpha \in B \quad (4.10)$$

Une solution de l'équation (4.10) peut être obtenue à partir des équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB).

$$\rho v(x, \alpha) = \min_{u \in \Gamma(\alpha)} \left[g(x, u) + \sum_{\beta \in B} q_{\alpha\beta} v^h(x, \beta) + (u - d(\alpha)) \frac{\partial v}{\partial x}(x, \alpha) \right] \quad (4.11)$$

Selon (Boukas et Kenne, 1997) et (Kenne et Gharbi, 2004), la fonction valeur est strictement convexe, continue et différentiable sous certaines conditions que le lecteur pourra vérifier dans ces articles. Elle satisfait aux équations d'HJB et reste une solution de viscosité de ces mêmes équations. Ces propriétés élémentaires de la fonction valeur ont été démontrées en utilisant un certain nombre de théorèmes. Nous avons utilisé ces définitions pour montrer que la fonction valeur est une solution de viscosité des équations de HJB.

4.11 Méthodes numériques

Pour résoudre les conditions d'optimum du problème considéré, nous allons utiliser la méthode numérique basée sur l'approche de Kushner (Kushner et Dupuis, 1992). Cette approche consiste en une simplification des équations d'HJB par l'approximation du gradient

de la fonction valeur et sa dérivée $v_\alpha(x)$ par $v^h(x)$ avec h le pas de discrétisation de la variable d'état x . Cette méthode a été développée au chapitre 2, nous allons présenter l'expression de la fonction valeur.

$$v^h(x, \alpha) = v^h(x, \alpha) = \min_{u \in \Gamma(\alpha)} \left[\frac{g(u, \alpha) + \sum_{\beta \neq \alpha}^m q_{\alpha\beta} v^h(x, \beta) + \frac{(u-d(\alpha))}{h} \left[v^h(x+h, \alpha) \text{Ind}\{u-d(\alpha) \geq 0\} + v^h(x-h, \alpha) \text{Ind}\{u-d(\alpha) < 0\} \right]}{\left(\rho + \frac{|u-d(\alpha)|}{h} + |q_{\alpha\alpha}| \right)} \right] \quad (4.12)$$

$\Gamma(\alpha)$ est la zone de commande admissible discrète et les autres termes utilisés dans l'équation (12) sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} \omega_h^\alpha &= |q_{\alpha\alpha}| + \frac{|u-d(\alpha)|}{h} \\ P_x^+(\alpha) &= \begin{cases} \frac{u-d(\alpha)}{h\omega_h^\alpha} & \text{si } (u-d(\alpha)) \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \\ P_x^-(\alpha) &= \begin{cases} \frac{d(\alpha)-u}{h\omega_h^\alpha} & \text{si } (u-d(\alpha)) < 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \\ P^\beta(\alpha) &= \frac{q_{\alpha\beta}}{\omega_h^\alpha} \end{aligned}$$

L'équation (5.12) peut être interprété comme la programmation dynamique à temps continue, à états discret, le processus des états discrets est défini comme dans (Kenne et Gharbi, 2001) pour le problème de planification de la production. L'équation $p_x^+(\alpha) + p_x^-(\alpha) + \sum_{\beta \neq \alpha} p^\beta(\alpha) = 1$, les termes $p_x^+(\alpha)$, $p_x^-(\alpha)$ et $p^\beta(\alpha)$, peuvent être considérés comme des probabilités de transition pour le contrôle d'une chaîne de Markov dans un espace d'état discret représentant la zone admissible pour tout $\alpha \neq \beta$. Le terme

$1/(1 + \frac{\rho}{\omega_h^\alpha})$ correspond à un facteur d'actualisation positif. Nous utiliserons la technique de l'amélioration de la politique pour obtenir une solution de rapprochement au problème d'optimisation. La technique de cet algorithme peut être trouvée dans (Kushner et Dupuis, 1992).

4.12 Exemple numérique

Dans cette partie, nous allons étudier le problème de planification de la production en tenant compte des phénomènes aléatoires (pannes et réparations) de la machine. Nous ne contrôlons pas la maintenance corrective (réparation). Nous allons présenter la résolution numérique du système manufacturier décrit au paragraphe 1.

Le tableau.4.2 illustre les taux de transition et leur signification. Nous allons utiliser ces variables pour la planification de la production avec demande aléatoire. La variable de contrôle est le taux de production.

Tableau 4.2 Taux de transition du système considéré M2P1

Taux de transition	signification	Type de variable
$q_{21}=q_{54}=1/MTBF$	Taux de panne	Variable constante
$q_{23}=q_{56}=1/MTBF$	Taux de panne	Variable constante
$q_{12}=q_{45}=1/MTTR$	Taux de réparation	Variable constante
$q_{32}=q_{65}=1/MTTR$	Taux de réparation	Variable constante
$q_{14}=q_{25}=q_{36}=1/MTCD12$	Taux de change demande1 à2	Variable constante
$q_{41}=q_{52}=q_{63}=1/MTCD21$	Taux de change demande 2 à 1	Variable constante

4.12.1 Résultats

Pour résoudre ce problème posé, nous avons utilisé le logiciel Matlab. Le tableau ci-dessous représente les valeurs numériques pour effectuer la résolution du problème posé.

Tableau 4.3 Valeurs numériques des taux de transitions du système considéré M2P1

q12=q45	q32=q65	q14=q25=36	q41=q52=q63	q23=q56	q 21=q54
1/10	1/100	1/10	1/20	1/10	1/100

A partir du tableau de données 4.3, nous allons vérifier la faisabilité de notre système. La matrice des taux de transition est la suivante :

$$Q(\bullet) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{1}{10} & 0 & \frac{1}{10} & 0 & 0 \\ \frac{1}{100} & -\frac{21}{100} & \frac{1}{10} & 0 & \frac{1}{10} & 0 \\ 0 & \frac{1}{10} & -\frac{1}{5} & 0 & 0 & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{20} & 0 & 0 & -\frac{3}{20} & \frac{1}{10} & 0 \\ 0 & \frac{1}{20} & 0 & \frac{1}{100} & -\frac{8}{100} & \frac{1}{10} \\ 0 & 0 & \frac{1}{20} & 0 & \frac{1}{100} & -\frac{6}{100} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Calculons à présent les probabilités limites à partir du système d'équation (4.8).

$$[\pi_1 \ \pi_2 \ \pi_3 \ \pi_4 \ \pi_5 \ \pi_6] = [0,3030 \ 0,03030 \ 0,6061 \ 0,06061 \ 0,06061 \ 0,06061] \quad (4.14)$$

Le tableau suivant indique les valeurs numériques des paramètres pour la résolution avec Matlab le modèle M2P1.

Tableau 4.4 Valeurs numériques des paramètres M2P1

h_x	U_{\max}	d_1	d_2	c^-	c^+	ρ
0,2	0,5	0,75	0,65	50	2	0,01

À présent, vérifions la faisabilité de notre système de production à partir de l'équation (4.15).

$$(\pi_2 + \pi_5) * U_{\max} + (\pi_3 + \pi_6) * 2 * U_{\max} > (\pi_1 + \pi_2 + \pi_3) * d_1 + (\pi_3 + \pi_4 + \pi_6) * d_2 \quad (4.15)$$

Les fonctions valeurs représentant les 6 différents modes sont :

$$v^h(x,1) = \min_{u \in \Gamma(1)} \left\{ \frac{c^+ x^+ + c^- x^-}{\omega_h^1 (1 + \frac{\rho}{\omega_h^1})} + \frac{1}{(1 + \frac{\rho}{\omega_h^1})} (P_x^-(1) v^h(x-h,1) + P^2(1) v^h(x,2) + P^4(1) v^h(x,4)) \right\} \quad (4.16)$$

$$v^h(x,2) = \min_{u \in \Gamma(2)} \left\{ \frac{c^+ x^+ + c^- x^-}{\omega_h^2 (1 + \frac{\rho}{\omega_h^2})} + \frac{1}{(1 + \frac{\rho}{\omega_h^2})} \left(P_x^+(2) v^h(x+h,2) + P_x^-(2) v^h(x-h,2) + P^1(2) v^h(x,1) + P^3(1) v^h(x,3) + P^5(1) v^h(x,5) \right) \right\} \quad (4.17)$$

$$v^h(x,3) = \min_{u \in \Gamma(3)} \left\{ \frac{c^+ x^+ + c^- x^-}{\omega_h^3 (1 + \frac{\rho}{\omega_h^3})} + \frac{1}{(1 + \frac{\rho}{\omega_h^3})} \left(P_x^+(3) v^h(x+h,3) + P_x^-(3) v^h(x-h,3) + P^2(3) v^h(x,2) + P^6(3) v^h(x,6) \right) \right\} \quad (4.18)$$

$$v^h(x,4) = \min_{u \in \Gamma(4)} \left\{ \frac{c^+ x^+ + c^- x^-}{\omega_h^4 (1 + \frac{\rho}{\omega_h^4})} + \frac{1}{(1 + \frac{\rho}{\omega_h^4})} (P_x^-(4) v^h(x-h,4) + P^1(4) v^h(x,1) + P^5(4) v^h(x,5)) \right\} \quad (4.19)$$

$$v^h(x,5) = \min_{u \in \Gamma(5)} \left\{ \frac{c^+ x^+ + c^- x^-}{\omega_h^5 (1 + \frac{\rho}{\omega_h^5})} + \frac{1}{(1 + \frac{\rho}{\omega_h^5})} \left(\frac{P_x^+(5)v^h(x+h,5) + P_x^-(4)v^h(x-h,4)}{+P^2(5)v^h(x,2) + P^4(5)v^h(x,4) + P^6(5)v^h(x,6)} \right) \right\} \quad (4.20)$$

$$v^h(x,6) = \min_{u \in \Gamma(6)} \left\{ \frac{c^+ x^+ + c^- x^-}{\omega_h^6 (1 + \frac{\rho}{\omega_h^6})} + \frac{1}{(1 + \frac{\rho}{\omega_h^6})} \left(\frac{P_x^+(6)v^h(x+h,6) + P_x^-(6)v^h(x-h,6) +}{P^3(6)v^h(x,3) + P^5(6)v^h(x,5)} \right) \right\} \quad (4.21)$$

L'espace d'état est défini sur un domaine $D = \{x / -5 < x < 50\}$ discrétise suivant le pas de h_x

Les résultats obtenus indiquent une politique de production de type seuil critique (HPP).

Cette politique est décrite par le système d'équation suivant :

$$u(\alpha, x) = \begin{cases} U_{\max} & \text{si } x(t) < Z_1 = 15.2 \\ d_1/2 & \text{si } x(t) = Z_1 = 15.2 \\ 0 & \text{si } x(t) > Z_1 = 15.2 \end{cases} \quad \text{et} \quad u(\alpha, x) = \begin{cases} U_{\max} & \text{si } x(t) < Z_2 = 14.4 \\ d_2/2 & \text{si } x(t) = Z_2 = 14.4 \\ 0 & \text{si } x(t) > Z_2 = 14.4 \end{cases} \quad (4.22)$$

Z_1 et Z_2 représentent respectivement les seuils critiques aux modes 2 et 5. Au mode 2, une machine est opérationnelle avec la demande d_1 et au mode 5 avec la demande d_2 . L'analyse de la figure ci-dessous, indique au mode 2 que lorsque le niveau de stock est inférieur à $Z_1=15.2$, il faut produire au taux maximal de la machine. Si elle est égale au niveau de stock, on produit juste au taux de la demande $d_1/2$. Cependant, si le stock est supérieur au niveau du stock critique, on ne doit rien produire.

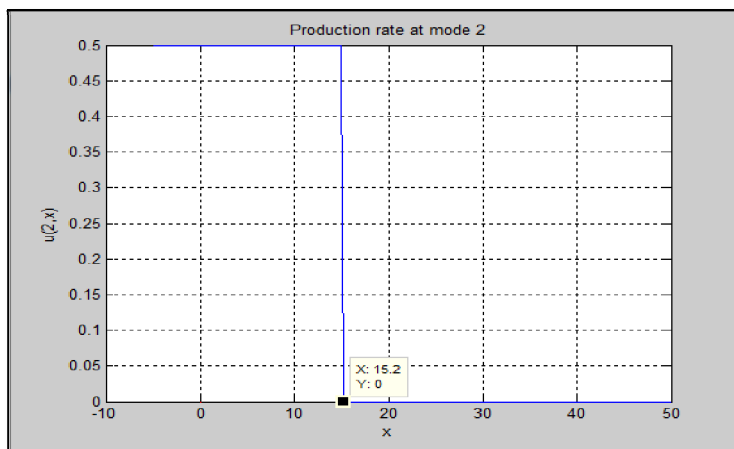


Figure 4.2 Taux de production au mode 2

La figure ci-dessous, indique au mode 5, dans le cas où la machine est opérationnelle avec la demande 2, si le niveau de stock est inférieur à $Z_2 = 14.4$, il faut produire au taux maximal de la machine $U_{\max} = 0.5$. Si elle est égale au niveau de stock, on produit juste au taux de la demande $d_2/2$. Cependant, si le stock est supérieur au niveau du stock critique, on ne doit rien produire. La figure 45 indique également la même politique de production (HPP) avec pour niveau de seuil $Z_2 = 14.4$.

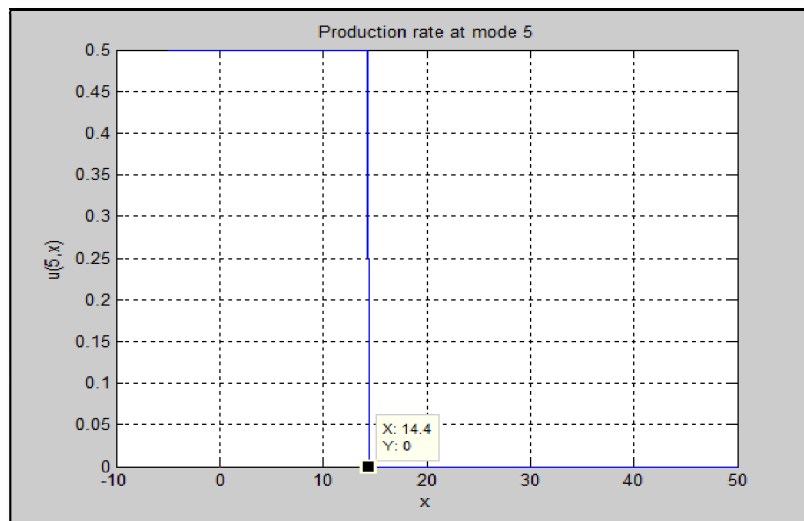


Figure 4.3 Taux de production au mode 5

La politique de production aux modes 3 et 5 est décrite par :

$$u(\alpha, x) = \begin{cases} 2*U_{\max} & \text{si } x(t) < Z_3 = 9 \\ d_1 & \text{si } x(t) = Z_3 = 9 \\ 0 & \text{si } x(t) > Z_3 = 9 \end{cases} \quad \text{et } u(\alpha, x) = \begin{cases} 2*U_{\max} & \text{si } x(t) < Z_4 = 8.2 \\ d_2 & \text{si } x(t) = Z_4 = 8.2 \\ 0 & \text{si } x(t) > Z_4 = 8.2 \end{cases} \quad \forall \alpha \in \{3, 6\} \quad (4.23)$$

Z_3 et Z_4 représentent respectivement les seuils critiques aux modes 3 et 6. Au mode 3, nous avons deux machines identiques et en parallèle qui sont opérationnelles avec la demande d_1 et au mode 6 avec la demande d_2 . L'analyse de la figure 5.2, indique au mode 3 que lorsque le niveau de stock est inférieur à $Z_3 = 9$, il faut produire au taux maximal $U_{\max} = 1$ des machines. Si elle est égale au niveau de stock, on produit juste au taux de la demande d_1 . Cependant, si le stock est supérieur au niveau du stock critique, nous ne devons rien produire.

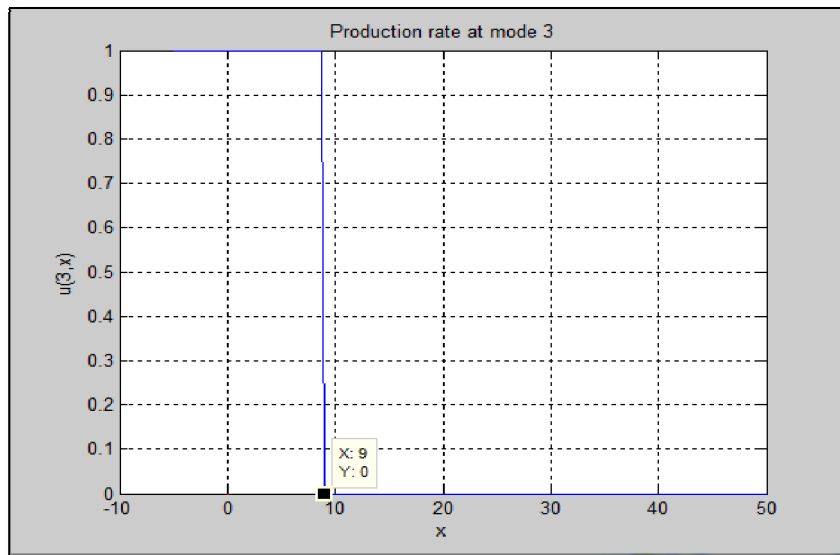


Figure 4.4 Taux de production au mode 3

La figure 4.4, indique au mode 6, dans le cas où la machine est opérationnelle avec la demande 2, si le niveau de stock est inférieur à $Z_4 = 8.2$, il faut produire au taux maximal de la machine $U_{\max} = 1$. Si elle est égale au niveau de stock, on produit juste au taux de la

demande $d_2/2$. Cependant, si le stock est supérieur au niveau du stock critique, nous ne devons rien produire.

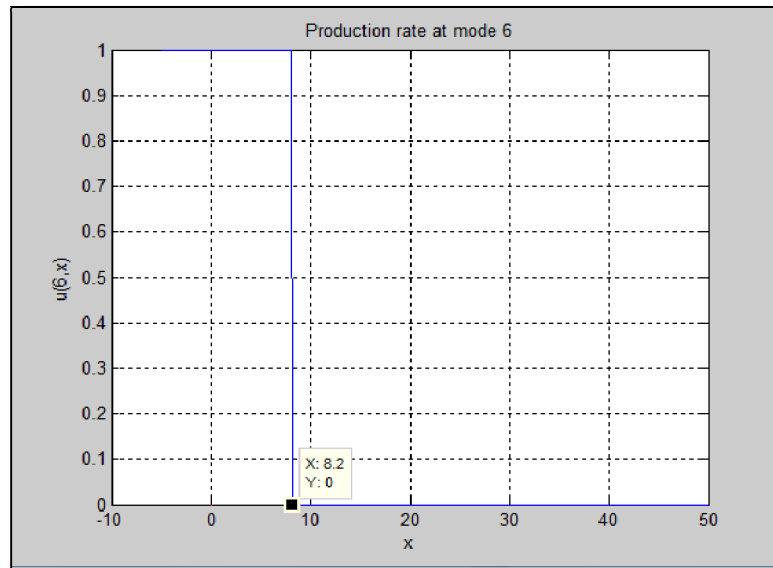


Figure 4.5 Taux de production au mode 6

4.12.2 Analyse de sensibilité

La figure ci-dessus indique la variation des seuils critiques en fonction du coût de pénurie. Nous remarquons que plus le coût de pénurie augmente, les niveaux de seuils critiques augmentent également. Nous devons stocker en grande quantité pour prévenir la rupture de stock. Les niveaux de seuils critiques (Z_1 et Z_3) pour une machine opérationnelle sont supérieurs aux seuils critiques (Z_2 et Z_4) dans le cas où nous avons deux machines en fonctionnement.

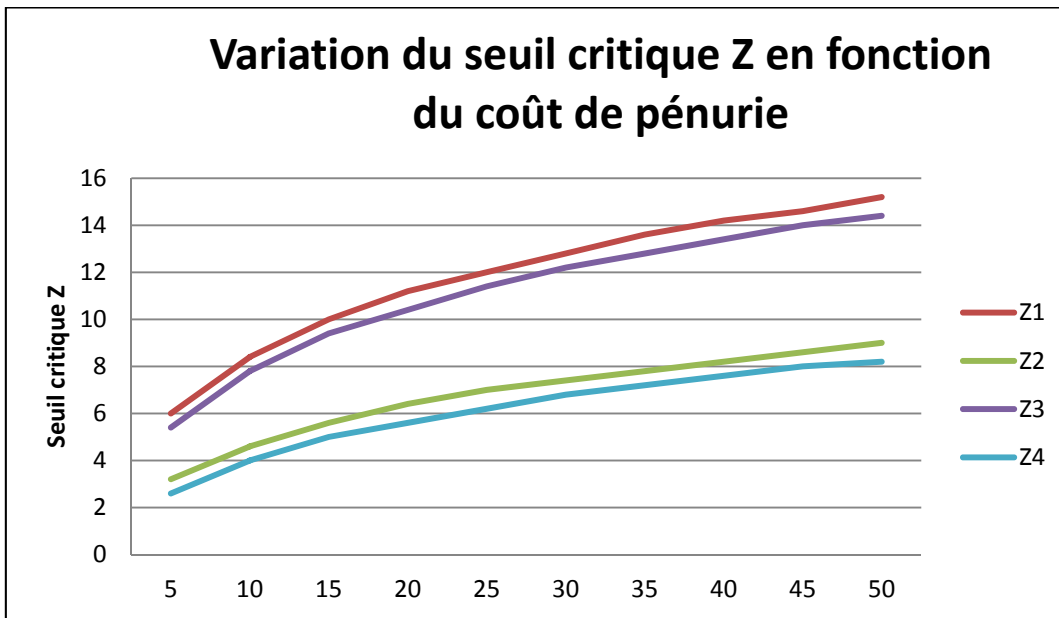


Figure 4.6 Variation du seuil critique en fonction du coût de pénurie (M2P1)

Dans le cas de la variation du seuil critique en fonction du coût d'inventaire, nous devons stocker moins comme l'indique la figure ci-dessous. Une augmentation du coût d'inventaire fait diminuer les niveaux de seuils critiques quel que soit le type de demande.

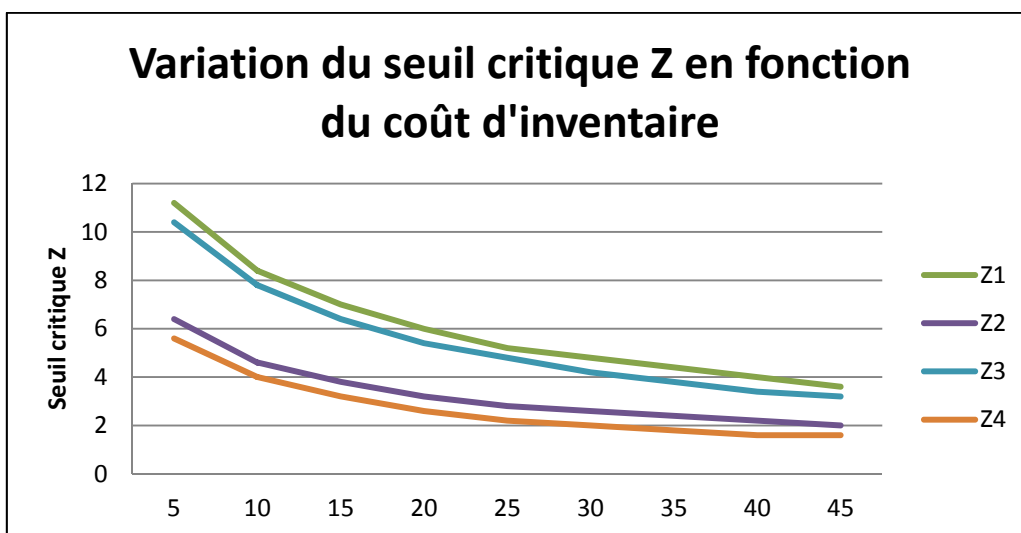


Figure 4.7 Variation du seuil critique en fonction du coût d'inventaire (M2P1)

4.13 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que la politique de production avec demande aléatoire est une politique du type à seuil critique. Cette politique a été décrite par quatre (4) paramètres tout en tenant compte de la dynamique de la machine et de la demande. En plus, elle tient compte des coûts liés à la production et permet d'obtenir un coût optimal. En plus de sa flexibilité, elle répond aux objectifs de production en terme de coût.

Pour résoudre les conditions d'optimum du problème de notre système considéré, nous avons utilisé une chaîne de Markov homogène à temps continu et à états discrets, nous avons également utilisé la méthode numérique basée sur l'approche de Kushner. Ceci nous a permis d'avoir les solutions des équations de HJB. Les politiques trouvées sont des politiques de production à seuil critique (HPP). A travers l'analyse de sensibilité, nous avons montré que les niveaux de seuils critiques sont identiques.

CONCLUSION

Dans ce mémoire, nous avons focalisé sur la planification de la production d'un système manufacturier sujet à des demandes stochastiques. Notre objectif global était de trouver une politique optimale de planification de la production tout en tenant compte que les équipements sont sujets à des pannes et réparations aléatoires.

Dans un premier temps, nous avons présenté un système manufacturier constitué d'une machine produisant un seul type de produit avec demande stochastique et sujet à des pannes et réparations aléatoires. Ce système considéré a fait l'objet de l'étude détaillée de l'approche de la méthodologie recherche à savoir la formulation, la modélisation, le modèle de simulation et le plan d'expérience. Dans la littérature, nous retrouvons ce système considéré avec un taux de demande constant, ce qui est très loin de la réalité. Avec cette approche, nous définissons notre objectif, comme étant la satisfaction des exigences de la production à coût minimal.

Dans un second temps, nous avons développé un modèle plus complexe constitué de deux machines en parallèle produisant un seul type de produit avec un taux de demande aléatoire. Ce système considéré est également sujet à des pannes et réparations aléatoires. Notre objectif est de contrôler le taux de production. En d'autres termes, trouver une politique optimale de planification des systèmes manufacturiers constitués de plusieurs machines en parallèle produisant un seul type de produit. Nous avons démontré que cette politique est du type à seuil critique et en s'appuyant sur les conclusions des chapitres 3 et 4, nous avons jugé bon de limiter notre étude qu'à cette partie.

Pour résoudre les conditions d'optimalité du problème considéré, nous avons utilisé les méthodes numériques telle que décrite dans le chapitre 3 et 4. Cette méthode est basée sur l'approche de Kushner (Kushner et Dupuis, 1992). Les résultats obtenus de cette étude ont permis de trouver des politiques à seuil critique (HPP). Ces politiques sont optimales selon

(Akella et Kumar, 1986), (Boukas et Haurie, 1990) et (Kenne et Boukas, 1997). L'implantation des méthodes numériques ont permis d'avoir une bonne approximation de la politique à seuil critique.

Nous avons réalisé plusieurs analyses de sensibilité sur les modèles développés, permettant ainsi d'illustrer le comportement des modèles qui dépendent de ces paramètres. Avec cette illustration, nous avons obtenu plusieurs courbes en fonction du seuil critique et du coût (pénurie et mise en inventaire). Partant de cette analyse, nous avons bâti une politique optimale de planification de la production.

Par ailleurs, il importe d'élargir cette étude à d'autres modèles comme M1P1, M2P2 respectivement une machine produisant un seul type de produit et deux machines produisant deux types de produit avec demande stochastique. Dans ces modèles, il faut définir une politique optimale de maintenance corrective et préventive. Il serait aussi fort intéressant d'aborder ce même problème d'optimisation avec les autres approches. Ceci permettrait de faire une étude comparative des résultats trouvés.

ANNEXE I

FONCTIONS VALEURS MODÈLE M1P1

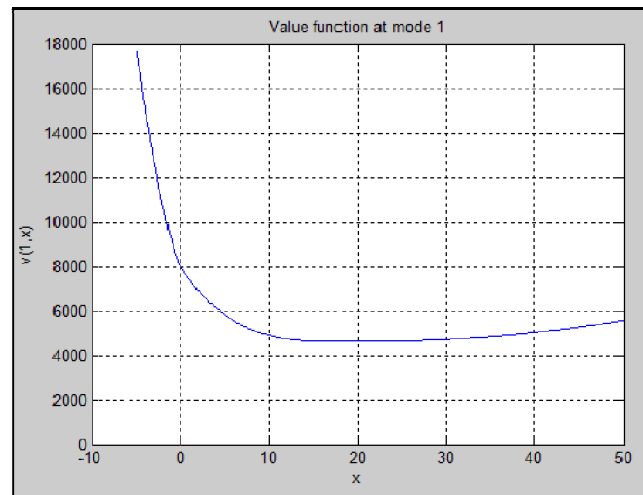


Figure-A I-I Fonction valeur au mode 1 du système considéré M1P1

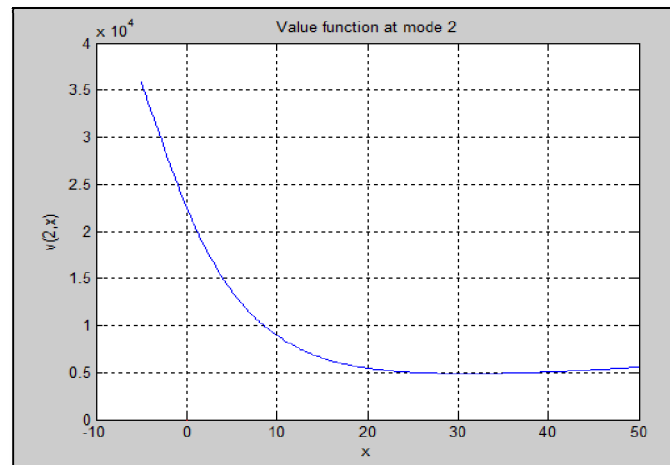


Figure-A I-II Fonction valeur au mode 2 du système considéré M1P1

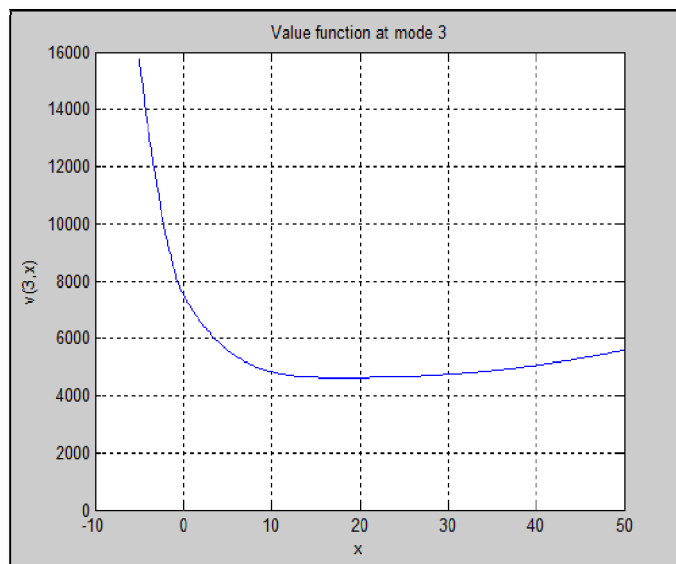


Figure-A I-III Fonction valeur au mode 3 du système considéré M1P1

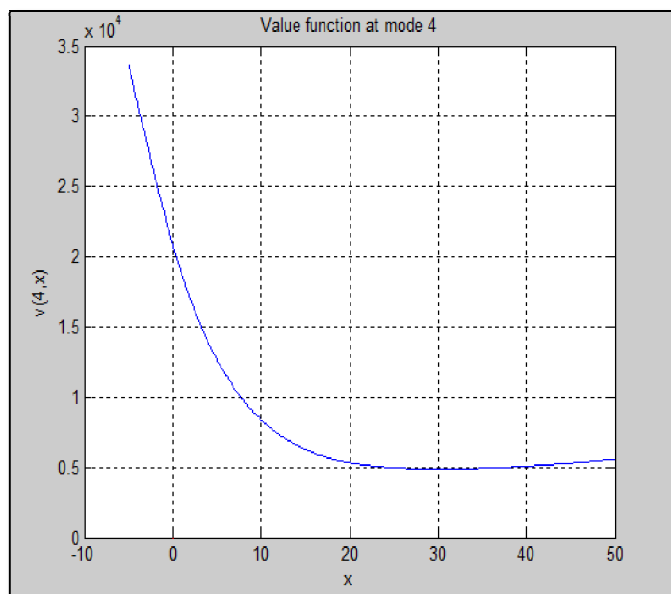


Figure-A I-IV Fonction valeur au mode 4 du système considéré M1P1

ANNEXE II

FONCTIONS VALEURS MODÈLE M2P1

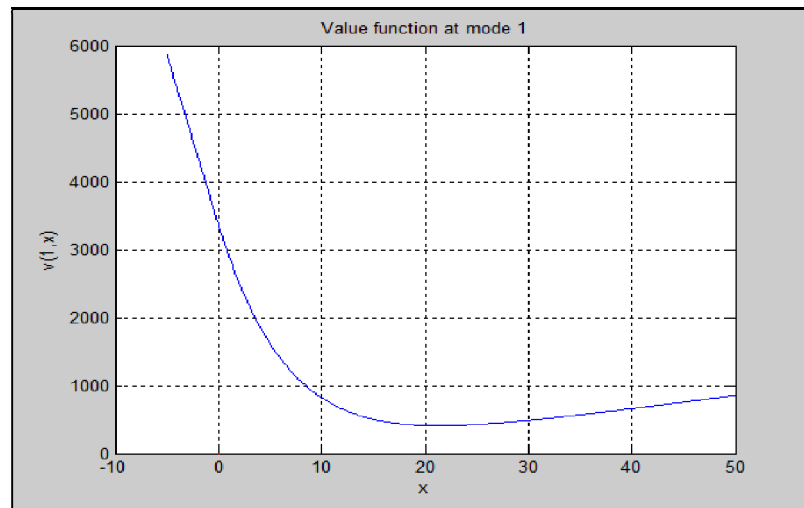


Figure-A II-I Fonction valeur au mode 1 du système considéré M2P1

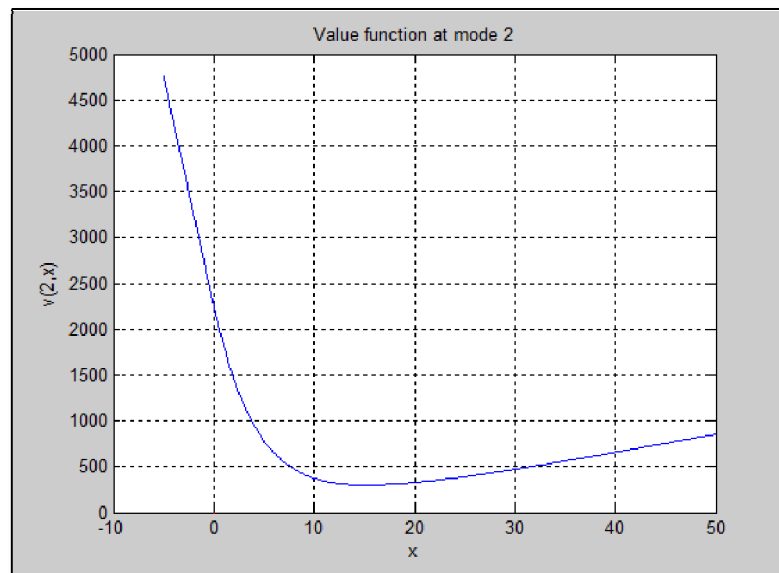


Figure-A II-II Fonction valeur au mode 2 du système considéré M2P1

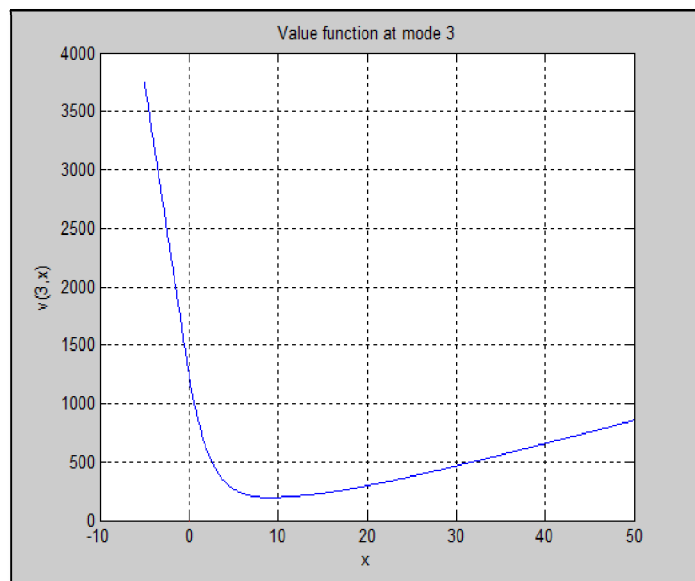


Figure-A II-III Fonction valeur au mode 3 du système considéré M2P1

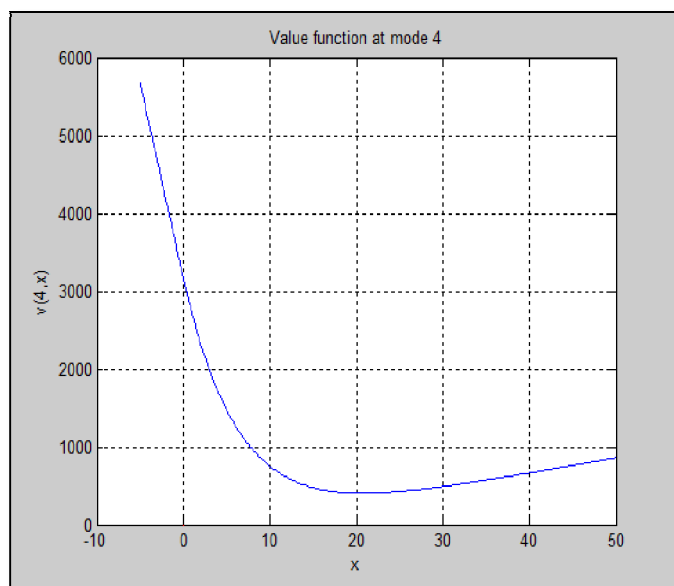


Figure-A II-IV Fonction valeur au mode 4 du système considéré M2P1

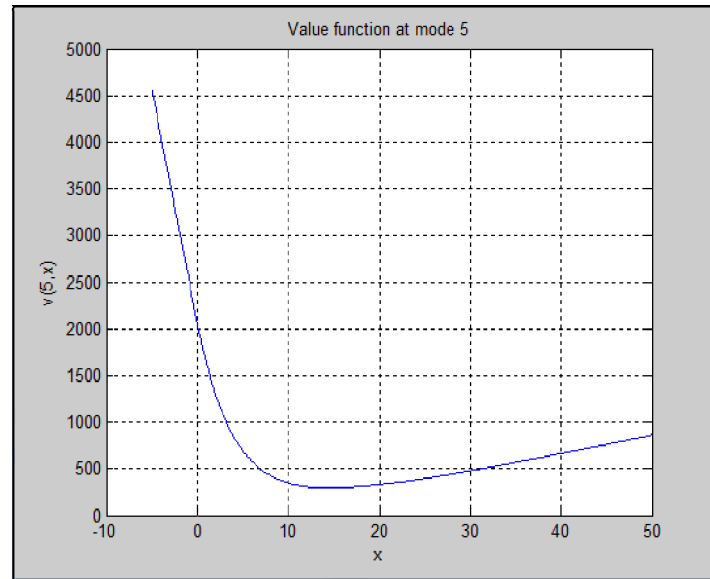


Figure-A II-V Fonction valeur au mode 5 du système considéré M2P1

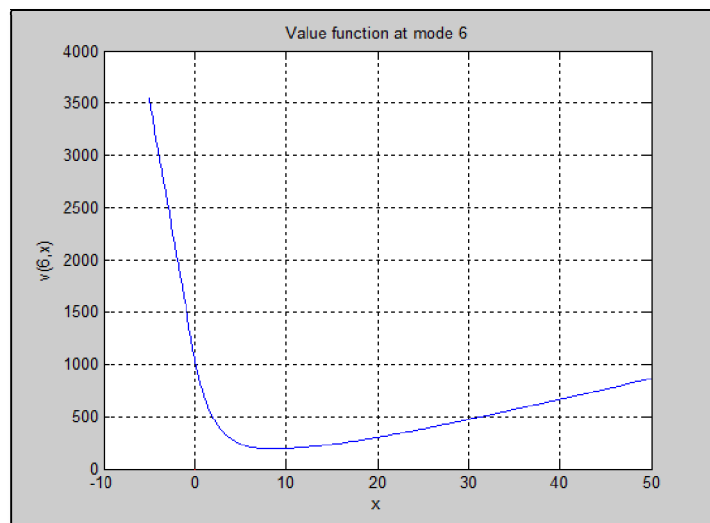


Figure-A II-VI Fonction valeur au mode 6 du système considéré M2P1

ANNEXE III

PROGRAMME PRINCIPAL DU MODÈLE M1P1

```
%[hx1;Um;q21;q12;d;rho;c1p;c1m;x1inf;x1sup];

clear

hx1=0.2;           %pas suivant x
Um=0.80;           % taux de production max
d1=0.775;          %taux de la demande 1
d2=0.65;           %taux de la demande 2
q12=0.01;
q13=0.05;          % taux de change demande 1 à 2
q14=0;
q21=0.1;
%q22=0.2;
q23=0;
q24=q13;           % taux de change demande 1 à 2
q31=0.075;         % taux de change demande 2 à 1
q32=0;
q34=q12;
q41=0;
q42=q31;           % taux de change demande 2 à 1
q43=q21;
rho=0.01;
c1p=2;             % pénalise le stock positif
c1m =250;           % pénalise le stock négatif
x1inf=-5;          % borne inférieure du stock
x1sup=50;           % borne supérieure du stock
Nx1=1+(x1sup-x1inf)/hx1;
```

```

% vérifier la Faisabilité
Q=[];
QT=[];
BB=[];
NU=[];
Q(1,2)=q12;   Q(1,3)=q13;   Q(1,4)=q14;
Q(2,1)=q21;   Q(2,3)=q23;   Q(2,4)=q24;
Q(3,1)=q31;   Q(3,2)=q32;   Q(3,4)=q34;
Q(4,1)=q41;   Q(4,2)=q42;   Q(4,3)=q43;
Q(1,1)=-(Q(1,2)+Q(1,3)+Q(1,4));
Q(2,2)=-(Q(2,1)+Q(2,3)+Q(2,4));
Q(3,3)=-(Q(3,1)+Q(3,2)+Q(3,4));
Q(4,4)=-(Q(4,1)+Q(4,2)+Q(4,3));
QT=Q';
QT(1,1)=1;
QT(1,2)=1;
QT(1,3)=1;
QT(1,4)=1;
BB=[1 0 0 0];
NU=QT^(-1)*BB'
faisa=(NU(1)+NU(3))*Um-d1*(NU(1)+NU(2))-d2*(NU(3)+NU(4));
if faisa>=0
    display('système faisable')
else
    display('système non faisable')
end
Disponibilite=faisa*100
Pause

```



```

UU1=zeros(3);
UU2=zeros(3);
xx1=[];
UU1(2)=d1;
UU2(1)=0;
Vp1=zeros(Nx1);
Vp2=zeros(Nx1);
Vp3=zeros(Nx1);
Vp4=zeros(Nx1);
Va1=zeros(Nx1);
Va2=zeros(Nx1);
Va3=zeros(Nx1);
Va4=zeros(Nx1);
xx1=zeros(Nx1);
cont1=zeros(Nx1);
cont2=zeros(Nx1);
it=0; precis=0.001;
Err=100000; %pour while err > précis
C1MAX=0; C1MIN=5e+10;
while Err > precis %boucle d'iteration
Er=0;
C1MAX=0; C1MIN=5e+10;
it=it+1;
% Policy evaluation
for i=1:Nx1
x1=x1inf+(i-1)*hx1;
xx1(i)=x1;
[Va11Va21Va31Va41]=coutb1(i,x1,hx1,u1,u2,q12,q13,q21,q24,q31,q34,q42,q43,Vp1,Vp2,
Vp3,Vp4,d1,d2,Nx1,rho,c1p,c1m);
Va1(i)=Va11;

```

```

Va2(i)=Va21;
Va3(i)=Va31;
Va4(i)=Va41;
if abs(Va1(i)-Vp1(i))>C1MAX
C1MAX=abs(Va1(i)-Vp1(i));
end
if abs(Va1(i)-Vp1(i))< C1MIN
C1MIN=abs(Va1(i)-Vp1(i));
end
if abs(Va2(i)-Vp2(i))>C1MAX
C1MAX=abs(Va2(i)-Vp2(i));
end
if abs(Va2(i)-Vp2(i))<C1MIN
C1MIN=abs(Va2(i)-Vp2(i));
end
if abs(Va3(i)-Vp3(i))>C1MAX
C1MAX=abs(Va3(i)-Vp3(i));
end
if abs(Va3(i)-Vp3(i))<C1MIN
C1MIN=abs(Va3(i)-Vp3(i));
End
if abs(Va4(i)-Vp4(i))>C1MAX
C1MAX=abs(Va4(i)-Vp4(i));
end
if abs(Va4(i)-Vp4(i))<C1MIN
C1MIN=abs(Va4(i)-Vp4(i));
end
end % end de for i=1: policy evaluation
vmin=(rho/(1-rho))*C1MIN;
vmax=(rho/(1-rho))*C1MAX;

```

```

Err=abs(vmin-vmax)
Vp1=Va1;
Vp2=Va2;
Vp3=Va3;
Vp4=Va4;
% policy improvement
V1_op=5e+10;
V2_op=5e+10;
V3_op=5e+10;
V4_op=5e+10;
for i=1:Nx1
VP1M=1000000;
VP2M=1000000;
VP3M=1000000;
VP4M=1000000;
x1=x1inf+(i-1)*hx1;
xx1(i)=x1;
for c1=1:3
[Val11Va21Va31Va41]=coutb1(i,x1,hx1,ux1,uy2,q12,q13,q21,q24,q31,q34,q42,q43,Vp1,Vp
2,Vp3,Vp4,d1,d2,Nx1,rho,c1p,c1m);
if Va11 < VP1M
VP1M = Va11;
cont1(i)=ux1;
end
if Va21 < VP2M
VP2M = Va21;
end
if Va31 < VP3M
VP3M = Va31;
cont2(i)=uy2;

```

```

end
if Va41 < VP4M
VP4M = Va41;
end
X1_op=x1;
end
if Va21 <V2_op
V2_op=Va21;
X2_op=x1;
end

if Va31 <V3_op
V3_op=Va31;
X3_op=x1;
end
if Va41 <V4_op
V4_op=Va41;
X4_op=x1;
end
end % for c2
end % for c1
Va1(i)=VP1M;
Va2(i)=VP2M;
Va3(i)=VP3M;
Va4(i)=VP4M;
end % for i=x1 policy improv.
end % iteration while
Hedging_point1 =X1_op
% Hedging_point2 =X2_op
Hedging_point3 =X3_op

```

```

% Hedging_point4 =X4_op
figure(1)
plot(xx1,Va1)
xlabel ('x')
ylabel('v(1,x)')
title ('Value function at mode 1')
grid on
figure(2)
plot(xx1,Va2)
xlabel ('x')
ylabel('v(2,x)')
title ('Value function at mode 2')
grid on
figure(3)
plot(xx1,Va3)
xlabel ('x')
ylabel('v(3,x)')
title ('Value function at mode 3')
grid on
figure(4)
plot(xx1,Va4)

xlabel ('x')
ylabel('v(4,x)')
title ('Value function at mode 4')
grid on
figure(5)
plot(xx1, cont1)
xlabel ('x')
ylabel('u(1,x)')

```

```
title('Production rate at mode 1')  
grid on  
figure(6)  
plot(xx1, cont2)  
xlabel ('x')  
ylabel('u(3,x)')  
title('Production rate at mode 3')  
grid on
```

ANNEXE IV

PROGRAMME PRINCIPAL DU MODÈLE M2P1

```
%[hx1;Um;q21;q12;d;rho;c1p;c1m;x1inf;x1sup];
clear
hx1=0.2;           %pas suivant x
Um=0.5;            % taux de production max avec une machine
d1=0.75;           %taux de la demande 1
d2=0.65;           %taux de la demande 2
q12=0.025;
q21=0.01;
q23=0.025;
q32=0.01;
q45=q12;
q54=q21;
q56=0.025;
q65=q32;
q14=0.05;          % taux de change demande 1 à 2
q25=q14;
q36=q14;
q41=0.1;           % taux de change demande 2 à 1
q52=q41;
q63=q41;
q13=0;
q31=0;
q15=0;
q51=0;
q16=0;
q61=0;
```

```

q24=0;
q42=0;
q26=0;
q62=0;
q34=0;
q43=0;
q35=0;
q53=0;
q46=0;
q64=0;
rho=0.1;
c1p=2;           % pénalise le stock positif
c1m =50;         % penalise le stock negatif
x1inf=-5;        % borne inferieure du stock
x1sup=50;        % borne superieure du stock
Nx1=1+(x1sup-x1inf)/hx1;
% verifier la Faisabilité
Q=[];
QT=[];
BB=[];
NU=[];
Q(1,2)=q12;  Q(1,3)=q13;  Q(1,4)=q14; Q(1,5)=q15; Q(1,6)=q16;
Q(2,1)=q21;  Q(2,3)=q23;  Q(2,4)=q24; Q(2,5)=q25; Q(2,6)=q26;
Q(3,1)=q31;  Q(3,2)=q32;  Q(3,4)=q34; Q(3,5)=q35; Q(3,6)=q36;
Q(4,1)=q41;  Q(4,2)=q42;  Q(4,3)=q43; Q(4,5)=q45; Q(4,6)=q46;
Q(5,1)=q51;  Q(5,2)=q52;  Q(5,3)=q53; Q(5,4)=q54; Q(5,6)=q56;
Q(6,1)=q61;  Q(6,2)=q62;  Q(6,3)=q63; Q(6,4)=q64; Q(6,5)=q65;
Q(1,1)=-(Q(1,2)+Q(1,3)+Q(1,4)+Q(1,5)+Q(1,6));
Q(2,2)=-(Q(2,1)+Q(2,3)+Q(2,4)+Q(2,5)+Q(2,6));
Q(3,3)=-(Q(3,1)+Q(3,2)+Q(3,4)+Q(3,5)+Q(3,6));

```



```

Q(4,4)=-(Q(4,1)+Q(4,2)+Q(4,3)+Q(4,5)+Q(4,6));
Q(5,5)=-(Q(5,1)+Q(5,2)+Q(5,3)+Q(5,4)+Q(5,6));
Q(6,6)=-(Q(6,1)+Q(6,2)+Q(6,3)+Q(6,4)+Q(6,5));
QT=Q';
QT(1,1)=1;
QT(1,2)=1;
QT(1,3)=1;
QT(1,4)=1;
QT(1,5)=1;
QT(1,6)=1;
BB=[1 0 0 0 0 0];
NU=QT^(-1)*BB'
if faisa>=0
    display('système faisable')
else
    display('système non faisable')
end
Disponibilite=faisa*100
pause
UU11=zeros(3);
UU12=zeros(3);
UU21=zeros(3);
UU22=zeros(3);
xx1=[];
UU11(1)=0;
UU11(2)=d1/2;
UU11(3)=Um;
UU12(1)=0;
UU12(2)=d1;
UU22(2)=d2;

```

```

Vp1=zeros(Nx1);
Vp2=zeros(Nx1);
Vp3=zeros(Nx1);
Vp4=zeros(Nx1);
Vp5=zeros(Nx1);
Vp6=zeros(Nx1);
Va1=zeros(Nx1);
Va2=zeros(Nx1);
Va3=zeros(Nx1);
Va4=zeros(Nx1);
Va5=zeros(Nx1);
Va6=zeros(Nx1);
xx1=zeros(Nx1);
it=0; precis=0.001;
Err=1000000; %pour while err > precis
C1MAX=0; C1MIN=5e+10;
while Err > precis %boucle d'iteration
Er=0;
C1MAX=0; C1MIN=5e+10;
it=it+1;
% Policy evaluation
for i=1:Nx1
x1=x1inf+(i-1)*hx1;
xx1(i)=x1;
u11=cont1(i);
u12=cont2(i);
u21=cont3(i);
u22=cont4(i);

```

```

[Va11Va21Va31Va41Va51Va61]=CORRECTIVECOST(i,x1,hx1,u11,u22,u12,u21,q12,q14,
q21,q25,q23,q32,q36,q41,q45,q52,q54,q65,q56,q63,Vp1,Vp2,Vp3,Vp4,Vp5,Vp6,d1,d2,Nx1,
rho,c1p,c1m);
Va1(i)=Va11;
Va2(i)=Va21;
Va3(i)=Va31;
Va4(i)=Va41;
Va5(i)=Va51;
Va6(i)=Va61;
if abs(Va1(i)-Vp1(i))>C1MAX
C1MAX=abs(Va1(i)-Vp1(i));
end
if abs(Va1(i)-Vp1(i))< C1MIN
C1MIN=abs(Va1(i)-Vp1(i));
end
if abs(Va2(i)-Vp2(i))>C1MAX
C1MAX=abs(Va2(i)-Vp2(i));
end
if abs(Va2(i)-Vp2(i))<C1MIN
C1MIN=abs(Va2(i)-Vp2(i));
end
if abs(Va3(i)-Vp3(i))>C1MAX
C1MAX=abs(Va3(i)-Vp3(i));
end
if abs(Va3(i)-Vp3(i))<C1MIN
C1MIN=abs(Va3(i)-Vp3(i));
end
if abs(Va4(i)-Vp4(i))>C1MAX
C1MAX=abs(Va4(i)-Vp4(i));
end

```

```

if abs(Va4(i)-Vp4(i))<C1MIN
C1MIN=abs(Va4(i)-Vp4(i));
end
if abs(Va5(i)-Vp5(i))>C1MAX
C1MAX=abs(Va5(i)-Vp5(i));
end
if abs(Va5(i)-Vp5(i))<C1MIN
C1MIN=abs(Va5(i)-Vp5(i));
end
if abs(Va6(i)-Vp6(i))>C1MAX
C1MAX=abs(Va6(i)-Vp6(i));
end
if abs(Va6(i)-Vp6(i))<C1MIN
C1MIN=abs(Va6(i)-Vp6(i));
end
end % end de for i=1: policy evaluation
vmin=(rho/(1-rho))*C1MIN;
vmax=(rho/(1-rho))*C1MAX;
Err=abs(vmin-vmax)
Vp1=Va1;
Vp2=Va2;
Vp3=Va3;
Vp4=Va4;
Vp5=Va5;
Vp6=Va6;
% policy improvement
V1_op=5e+10;
V2_op=5e+10;
V3_op=5e+10;
V4_op=5e+10;

```

```

V5_op=5e+10;
for i=1:Nx1
VP1M=1000000;
VP2M=1000000;
VP3M=1000000;
VP4M=1000000;
VP5M=1000000;
VP6M=1000000;
x1=x1inf+(i-1)*hx1;
xx1(i)=x1;
[Val1Val21Val31Val41Val51Val61]=CORRECTIVECOST(i,x1,hx1,u11,u22,u12,u21,q12,q14,
q21,q25,q23,q32,q36,q41,q45,q52,q54,q65,q56,q63,Vp1,Vp2,Vp3,Vp4,Vp5,Vp6,d1,d2,Nx1,
rho,c1p,c1m);
if Val1 < VP1M
VP1M = Val1;
end
if Val21 < VP2M
VP2M = Val21;
cont1(i)=u11;
end
if Val31 < VP3M
VP3M = Val31;
cont2(i)=u12;
end
if Val41 < VP4M
VP4M = Val41;
end
if Val51 < VP5M
VP5M = Val51;
cont3(i)=u21;

```

```

end
if Va61 < VP6M
VP6M = Va61;
cont4(i)=u22;
end
if Va11 <V1_op
V1_op=Va11;
X1_op=x1;
end
if Va21 <V2_op
V2_op=Va21;
X2_op=x1;
end

```

```

if Va61 < VP6M
VP6M = Va61;
cont4(i)=u22;
end
if Va11 <V1_op
V1_op=Va11;
X1_op=x1;
end
if Va21 <V2_op
V2_op=Va21;
X2_op=x1;
end
if Va31 <V3_op
V3_op=Va31;
X3_op=x1;
end

```

```

if Va41 < V4_op
V4_op=Va41;
X4_op=x1;
end
if Va51 < V5_op
V5_op=Va51;
X5_op=x1;
end
if Va61 < V6_op
V6_op=Va61;
X6_op=x1;
end % for c2
end % for c1
end % for c3
end % for c4
Va1(i)=VP1M;
Va2(i)=VP2M;
Va3(i)=VP3M;
Va4(i)=VP4M;
Va5(i)=VP5M;
Va6(i)=VP6M;
Va1(i)=VP1M;
Va2(i)=VP2M;
Va3(i)=VP3M;
Va4(i)=VP4M;
Va5(i)=VP5M;
Va6(i)=VP6M;
end % for i=x1 policy improv.
end % iteration while
% Hedging_point1 =X1_op

```

```
Hedging_point2 =X2_op
Hedging_point3 =X3_op
% Hedging_point4 =X4_op
Hedging_point5 =X5_op
Hedging_point6 =X6_op
figure(1)
plot(xx1,Va1)
xlabel ('x')
ylabel('v(1,x)')
title ('Value function at mode 1')
grid on
figure(2)
plot(xx1,Va2)
xlabel ('x')
ylabel('v(2,x)')
title ('Value function at mode 2')
grid on
figure(3)
plot(xx1,Va3)
xlabel ('x')
ylabel('v(3,x)')
title ('Value function at mode 3')
grid on
figure(4)
plot(xx1,Va4)
xlabel ('x')
ylabel('v(4,x)')
title ('Value function at mode 4')
grid on
figure(5)
```



```
plot(xx1,Va5)
xlabel ('x')
ylabel('v(5,x)')
title ('Value function at mode 5')
grid on
figure(6)
plot(xx1,Va6)
xlabel ('x')
ylabel('v(6,x)')
title ('Value function at mode 6')
grid on
figure(7)
plot(xx1, cont1)
xlabel ('x')
ylabel('u(2,x)')
title('Production rate at mode 2')
grid on
figure(8)
plot(xx1, cont2)
xlabel ('x')
ylabel('u(3,x)')
title('Production rate at mode 3')
grid on
figure(9)
plot(xx1, cont3)
xlabel ('x')
ylabel('u(5,x)')
title('Production rate at mode 5')
grid on
figure(10)
```

```
plot(xx1, cont4)
xlabel ('x')
ylabel('u(6,x)')
title('Production rate at mode 6')
grid on
```

BIBLIOGRAPHIE

- Akella, R., et P. R. Kumar. 1986. « Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system ». *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. AC-31, n° Copyright 1986, IEE, p. 116-26.
- Baillargeon, Gérald (686). 1990. *Méthodes statistiques de l'ingénieur*, 3 ed. Trois-Rivières: Editions SMG, 686 p.
- Barlow, R. E., et F. Proschan (251). 1965. *Mathematical Theory of Reliability*. New York: Wiley, 251 p.
- Benedetti, Claudio. 2002. *Introduction à la gestion des opérations: biens et services* (2002), 4e édition. Chenelière/McGraw-Hill, 346 p.
- Bielecki, T., et P. R. Kumar. 1988. « Optimality of zero-inventory policies for unreliable manufacturing systems ». *Operations Research*, vol. 36, n° 4, p. 532-541.
- Boukas, E. K. 1997. « Production and corrective maintenance control for failure prone production systems ». In *Decision and Control, 1997., Proceedings of the 36th IEEE Conference on*. Vol. 3, p. 2795-2800 vol.3. <10.1109/CDC.1997.657835>.
- Boukas, E. K., et A. Haurie. 1990. « Manufacturing flow control and preventing maintenance: a stochastic control approach ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 35, n° 9, p. 1024-1031.
- Boukas, E. K., et J. P. Kenne. 1997. « Maintenance and production control of manufacturing systems with setups ». In *Proceedings of AMS/SIAM Seminar on Mathematics of Stochastic Manufacturing Systems, 17-22 June 1996*. p. 55-70. Coll. « Mathematics of Stochastic Manufacturing Systems. AMS-SIAM Summer Seminar in Applied Mathematics ». Providence, RI, USA: American Math. Soc.
- Boukas, K., et A. Haurie. 1988. « Planning production and preventive maintenance in a flexible manufacturing system: a stochastic control approach ». In *Decision and Control, 1988., Proceedings of the 27th IEEE Conference on*. p. 2294-2300 vol.3. <10.1109/CDC.1988.194746>.
- Charlot, Edner. 2005. « Optimisation intégrée de la production, de la planification de la maintenance et la gestion des opérations de cadencage ». MR09013, Canada, Ecole de Technologie Supérieure (Canada), 153 p. <<http://proquest.umi.com/pqdweb?did=1034623071&Fmt=7&clientId=46962&RQT=309&VName=PQD>>.

- Feng, Youyi, et Houmin Yan. 2000. « Optimal production control in a discrete manufacturing system with unreliable machines and random demands ». *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, n° 12, p. 2280-2296.
- Gharbi, A., et J. P. Kenne. 2000. « Production and preventive maintenance rates control for a manufacturing system: an experimental design approach ». *International Journal of Production Economics*, vol. 65, n° 3, p. 275-87.
- Hajji, A. 2007. « Strategies de production manufacturiere dans un environnement de chaine d'approvisionnement: Approche dynamique stochastique ». NR36157, Canada, Ecole de Technologie Superieure (Canada), 234 p. <<http://proquest.umi.com/pqdweb?did=1467893141&Fmt=7&clientId=46962&RQT=309&VName=PQD>>.
- Hsu, Lie-Fern. 1991. « Optimal preventive maintenance policies in a serial production system ». *International Journal of Production Research*, vol. 29, n° 12, p. 2543-2555.
- Jamali, Mohamed. 2004. « Modelisation et validation de politiques optimales de maintenance preventive ». Ph.D., Canada, Universite Laval (Canada), 195 p. p. In *ProQuest Dissertations & Theses (PQDT)*. <<http://search.proquest.com/docview/305090948?accountid=27231>>.
- Jerry, Banks, et Carson John S (640). 2009. *Discrete-event System Simulation*. New Jersey: Prentice Hall, 640 p.
- Kenne, J. P., et E. K. Boukas. 1997. « Production and corrective maintenance planning problem of a failure prone manufacturing system ». In *American Control Conference, 1997. Proceedings of the 1997*. Vol. 2, p. 1013-1014 vol.2. <10.1109/ACC.1997.609679>.
- Kenne, J. P., et A. Gharbi. 1999. « Experimental design in production and maintenance control problem of a single machine, single product manufacturing system ». *International Journal of Production Research*, vol. 37, n° Compendex (1999), p. 621-637.
- Kenne, J. P., et A. Gharbi. 2000. « Production planning problem in manufacturing systems with general failure and repair time distributions ». *Production Planning and Control*, vol. 11, n° Copyright 2000, IEE, p. 581-8.
- Kenne, J. P., et A. Gharbi. 2001. « A simulation optimization approach in production planning of failure prone manufacturing systems ». *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 12, n° Copyright 2002, IEE, p. 421-31.

- Kenne, J. P., et A. Gharbi. 2004. « Stochastic optimal production control problem with corrective maintenance ». *Computers & Industrial Engineering*, vol. 46, n° Copyright 2005, IEE, p. 865-75.
- Khuri, A.I., et J. A Cornell. 1987. *response Surfaces: Designs and Analysis*. Marcel Dekker.
- Kimemia, J., et S. B. Gershwin. 1983. « An algorithm for the computer control of a flexible manufacturing system ». *IIE Transactions*, vol. 15, n° Copyright 1984, IEE, p. 353-62.
- Kushner, H.J , et P.G Dupuis. 1992. *Numerical Methods for Stochastic control problem in continous Time*, 2. New York: Springer, 475 p.
- Liberopoulos, G., et M. Caramanis. 1994. « Production control of manufacturing systems with production rate-dependent failure rates ». *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, n° 4, p. 889-95.
- Liu, Jun, Jun-Tian Zhao et Zhi-Yuan Rui. 2008. « A hierarchical production control and scheduling model of hybrid manufacutring system with random demand ». In *Automation and Logistics, 2008. ICAL 2008. IEEE International Conference on*. p. 554-558. <10.1109/ICAL.2008.4636212>.
- Monchy, F. (457). 1991. *La fonction maintenance*, 2 ed. Paris: Masson.
- Montgomery, D. C. 1991. *Design and Analysis of Experiments*, 3rd ed. John Wiley & Sons.
- Olsder, G. J., et R. Suri. 1980. « Time-optimal control of parts-routing in a manufacturing system with failure-prone machines ». In *Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes, 1980 19th IEEE Conference on* (Dec. 1980). Vol. 19, p. 722-727.
- Rishel, R. 1975. « Control of systems with jump Markov disturbances ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 20, n° 2, p. 241-244.
- Sethi, S. P., Zhang Qing et Zhou Xun Yu. 1997. « Hierarchical production controls in a stochastic two-machine flowshop with a finite internal buffer ». *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, vol. 13, n° 1, p. 1-13.
- Sharifnia, A. 1988. « Production control of a manufacturing system with multiple machine states ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 33, n° 7, p. 620-625.
- Shubik, Martin, et Garry Brewer. 1971. *Systems simulation and gaming as an approach to understanding organizations*. Santa Monica, Calif.: Rand Corp. In /z-wcorg/. <http://worldcat.org>.

- Soner, H. Mete, H. Fleming Wendell et P. Sethi Suresh. 1985. « A stochastic production planning problem with random demand ». In *Decision and Control, 1985 24th IEEE Conference on* (Dec. 1985). Vol. 24, p. 1345-1346.
- Tayfur, Altıok , et Melamed Benjamin. 2007. *Simulation Modeling and Analysis With ARENA*. Burlington, Mass: Academic Press.
- Yan, H., et Q. Zhang. 1997. « A numerical method in optimal production and setup scheduling of stochastic manufacturing systems ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 42, n° 10, p. 1452-1455.